DISEÑO Y EFECTIVIDAD DE UN PROGRAMA DE INTERVENCIÓN CON APP PARA LAS MATEMÁTICAS TEMPRANAS



SANTIAGO J. REGUERA LOZANO

PROGRAMA DE
DOCTORADO DE
CIENCIAS DE LA SALUD

UCA Universidad de Cádiz

Diseño y Efectividad de un Programa de Intervención con App para las Matemáticas Tempranas



Santiago J. Reguera Lozano

Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Cádiz

Programa de Doctorado de Ciencias de la Salud. Tesis Doctoral

Dr. Manuel A. García Sedeño

Dra. Estívaliz L. Aragón Mendizábal

Puerto Real, 2026

Agradecimientos

A todas las personas que lo han visto antes que yo y me han apoyado en este camino;

a las que me han levantado cuando pensaba que no podía más;

a las que han aportado al conocimiento teórico y personal.

Este trabajo no habría sido posible sin ninguna de ellas.

Este trabajo fue financiado por el Ministerio de Ciencia e Innovación, Proyecto I+D+i referencia PID2020-119561RB-I00 (MINECO/FEDER).

Su autor fue beneficiario del programa de ayudas predoctorales de formación de personal investigador (FPI) del Plan Estatal de Investigación (Convocatoria de 2022).

Índice

RESUMEN 19

ABSTRACT 39

Capítulo 1. Introducción 59

Importancia de las Matemáticas 59

Enfoques Teóricos del Aprendizaje y Aportaciones Científicas 64

Enfoques Constructivistas del Aprendizaje 64

Teoría del Desarrollo Cognitivo: Piaget 64

Teoría Sociocultural: Vygotsky 72

Teoría de los Modos de Representación: Bruner 78

Teoría del Aprendizaje Significativo: Ausubel 82

Factores Emocionales y Sociales 88

Enfoques Actuales: Cognición 4E y Aprendizaje Matemático 90

Aportes de la Neurociencia 96

Adquisición del Sentido Numérico 103

Sistema de Aproximación Numérica 104

Pensamiento Matemático Informal 107

Pensamiento Matemático Formal 108

Predictores de la Competencia Matemática 111

Predictores de Dominio Específico de las Matemáticas 111

Conocimiento No Simbólico 113

Conocimiento Simbólico 114

Conocimiento Aritmético 117

Predictores de Dominio General de las Matemáticas 117

Memoria de Trabajo 117

Funciones Ejecutivas 126

Velocidad de Procesamiento 129

Inteligencia Fluida 131

Conciencia Fonológica 134

Riesgo de Dificultades en el Aprendizaje Matemático 137

Intervención Temprana 142

Importancia de la Intervención Temprana 142

Características de Intervenciones Efectivas en Educación Infantil 146

Intervenciones Basadas en la Tecnología 147

Resultados Previos de Aprendizaje Mediante Tecnología 150

Intervenciones Recientes Mediante Apps en Competencia Matemática Temprana 153

Capítulo 2. Objetivos e Hipótesis 159

Objetivos 159

Objetivo general 159

Objetivos específicos 159

Hipótesis 159

Capítulo 3. Método 161

Instrumentos de evaluación 161

Variable de Competencia Matemática Temprana 162

Test para el Diagnóstico de las Competencias Básicas en Matemáticas. TEDI-MATH (Grégoire et al., 2015) 162

Variables de Dominio General de las Matemáticas 166

Early Year Toolbox (EYT) (Howard & Melhuish, 2017) 166

Prueba de Claves del Test WPPSI-III (Wechsler, 2009) 167

Batería de Inicio a la Lectura (BIL 3-6) (Sélles et al., 2010) 168

Prueba de Dígitos en Orden Directo e Inverso del Test WISC-IV (Wechsler, 2005) 169

Test de Matrices Progresivas de Raven Color (Raven, 1993) 170

Instrumentos de Intervención: Psicomates-Kids 1 y 2 170

Habilidades de Dominio general 172

Busca al Duende Pedrito 172

Conejito Lupito Vuelve a Casa 173

Sigue la Flecha con el Duende Pedrito 175

El Restaurante del Bosque de Mon 176

Descifra con el Conejito Lupito 178

Fly contra Spill 179

Mon y las Palabras 181

Habilidades de Dominio específico de las matemáticas 183

Rapicuenta con Mon el Dragón 183

Las Recetas de Mamá Osa 184

La Seta del Duende Pedrito 186

Compara Cantidades con Mon el Dragón 188

Encuentra el Número Escondido 189

Calcula con Mon 191

Relación Herramientas Evaluación-Intervención 193

Participantes 194

Procedimiento 195

Fase 1: Evaluación Inicial 196

Fase 2: Intervención 196

Fase 3: Evaluación post intervención 197

Diseño de investigación 197

Capítulo 4. Resultados 199

Descriptivos 199

Contraste Hipótesis 1 201

Contraste Hipótesis 2 207

Contraste Hipótesis 3 212

Contraste Hipótesis 4 215

Capítulo 5. Discusión 217

Discusión Hipótesis 1 217

Discusión Hipótesis 2 223

Discusión Hipótesis 3 230

Discusión Hipótesis 4..... 237

Discusión General Sobre la Eficacia de las Apps..... 242

Capítulo 6. Conclusiones..... 251

Aportaciones novedosas de la tesis 253

Aportaciones teóricas 253

Aportaciones metodológicas..... 254

Aportaciones aplicadas y educativas..... 255

Limitaciones y futuras líneas de investigación..... 256

Limitaciones del estudio 256

Futuras líneas de investigación 259

Chapter 6. Conclussions 261

Novel Contributions of the Thesis..... 263

Theoretical Contributions 263

Methodological Contributions 264

Applied and Educational Contributions 265

Limitations and Future Lines of Research..... 266

Limitations of the Study 266

Future Lines of Research..... 268

Referencias..... 271

Anexos 333

Índice de Tablas

Tabla 1. ***Estadios del desarrollo cognitivo de Piaget y su relación con el aprendizaje matemático*** 69

Tabla 2. ***Formas de representación de Bruner*** 81

Tabla 3. ***Pruebas de evaluación de los predictores de dominio general y específico de las matemáticas*** 161

Tabla 4. ***Pruebas y subpreubas del TEDI-MATH*** 164

Tabla 5. ***Consistencia interna del Test TEDI-MATH*** 165

Tabla 6. ***Composición de la muestra*** 199

Tabla 7. ***Estadísticos descriptivos Grupo experimental*** 201

Tabla 8. ***Comparación de las subpruebas del TEDI-MATH en Grupo experimental*** 202

Tabla 9. ***Tamaño del efecto en las subpruebas del TEDI-MATH en Grupo experimental*** ... 202

Tabla 10. ***Estadísticos descriptivos Grupo control*** 203

Tabla 11. ***Comparación de las subpruebas del TEDI-MATH en el Grupo control*** 203

Tabla 12. ***Comparación inter-grupo en situaciones pre y post de las 9 subpruebas del TEDI-MATH*** 204

Tabla 13. ***Tamaño del efecto en las subpruebas del TEDI-MATH*** 205

Tabla 14. ***Tabla de contingencia entre sujetos del Ge en Riesgo y No riesgo antes y después de la intervención*** 206

Tabla 15. ***Estadísticos descriptivos de las habilidades de dominio general en Ge*** 207

Tabla 16. ***Comparación de las habilidades de dominio general intragrupo del Ge*** 207

Tabla 17. ***Tamaño del efecto en las habilidades de dominio general del Ge*** 208

Tabla 18. ***Estadísticos descriptivos de las habilidades de dominio general del Gc*** 208

Tabla 19. ***Comparación de las habilidades de dominio general intragrupo del Gc*** 209

Tabla 20. ***Comparación inter-grupo en situaciones pre y post de las habilidades de dominio general*** 209

Tabla 21. ***Tamaño del efecto en las habilidades de dominio general*** 210

Tabla 22. ***Tabla de contingencia entre sujetos del Ge en Riesgo y No riesgo post comparando con calificaciones al curso siguiente*** 216

Índice de Figuras

Figura 1. ***Esquema del concepto de Zona de Desarrollo Próximo*** 74

Figura 2. ***Esquema de la teoría de la cognición 4E*** 96

Figura 3. ***Modelo del triple código de representación numérica de Dehaene*** 98

Figura 4. ***Predictores de dominio general y específico de las matemáticas*** 111

Figura 5. ***Modelo multicomponente de Memoria de Trabajo de Baddeley*** 121

Figura 6. ***Portada TEDI-MATH*** 162

Figura 7. ***Portadas YET: Mr.Ant, Card Sorting y Go/No-Go*** 166

Figura 8. ***Prueba de Claves*** 168

Figura 9. ***Portada BIL 3-6*** 168

Figura 10. ***Logo de la empresa colaboradora: babypar*** 171

Figura 11. ***Pantallas iniciales de las apps Psicomates-Kids 1 y 2*** 171

Figura 12. ***Busca al duende Pedrito*** 172

Figura 13. ***Conejito Lupito vuelve a casa*** 174

Figura 14. ***Sigue la flecha con el Duende Pedrito*** 176

Figura 15. ***El restaurante del Bosque de Mon*** 177

Figura 16. ***Descifra con el conejito Lupito*** 178

Figura 17. ***Fly contra Spill*** 180

Figura 18. ***Mon el Dragón y las palabras*** 181

Figura 19. ***Rapicuenta con Mon el Dragón*** 184

Figura 20. ***Las recetas de Mamá Osa*** 185

Figura 21. ***La seta del Duende Pedrito*** 187

Figura 22. ***Compara cantidades con Mon el Dragón*** 189

Figura 23. ***Encuentra el número escondido con Mon el Dragón*** 190

Figura 24. ***Calcula con Mon el Dragón*** 192

Figura 25. ***Relación de tareas Psicomates-Kids con las habilidades matemáticas y la prueba de evaluación*** 193

Figura 26. ***Relación de tareas Psicomates-Kids con las habilidades de dominio general y las pruebas de evaluación*** 194

Figura 27. ***Fases del trabajo de campo*** 195

Figura 28. ***Diferencias del Tamaño del efecto en habilidades matemáticas*** 205

Figura 29. ***Cambios en el número de sujetos en riesgo tras la intervención*** 206

Figura 30. ***Diferencias del Tamaño del efecto en las habilidades de dominio general de las matemáticas*** 211

Figura 31. ***Elementos diferenciadores del programa Psicomates-Kids 1 y 2*** 249

RESUMEN

Resumen Breve

Las matemáticas son una competencia fundamental para la vida cotidiana, la inclusión social y el desarrollo académico de las personas. La investigación reciente indica que las dificultades que aparecen en esta área se originan desde edades tempranas, por lo que la intervención precoz resulta especialmente relevante. Desde esta perspectiva, se plantea la importancia de entrenar las habilidades tanto de dominio general como específico de las matemáticas, prestando atención al potencial y las ventajas que ofrecen las tecnologías digitales como recurso educativo.

El objetivo de esta tesis fue mejorar la competencia matemática del alumnado con perfil cognitivo bajo en alumnado de Educación Infantil de 5 años a través de un programa de entrenamiento con apps. Para ello, se llevó a cabo un estudio con diseño cuasi-experimental y medidas pre y post intervención. La competencia matemática temprana y los predictores de dominio general fueron evaluados mediante una batería de pruebas estandarizadas. Se diseñó el programa de intervención, utilizando un conjunto de tareas en formato app diseñadas concretamente para trabajar de forma lúdica, estructurada e integral, los predictores tanto de dominio general como específico de las matemáticas. El entrenamiento se realizó en pequeños grupos, a través de 28 sesiones diarias.

Los resultados mostraron una mejora significativa en la competencia matemática temprana del grupo experimental, con un tamaño del efecto superior al observado en el grupo control. Estas mejoras se observaron en distintos componentes del rendimiento matemático y se acompañaron de una reducción notable del alumnado considerado en situación de riesgo de padecer dificultades futuras. Asimismo, se observaron mejoras significativas en algunas habilidades cognitivas de dominio general, con tamaños del efecto mayores que en el grupo control, concretamente en velocidad de procesamiento,

conciencia fonológica, memoria de trabajo visoespacial y verbal. Además, el salir de la situación de posible riesgo tras la intervención se asoció con un mejor rendimiento académico posterior en la asignatura de matemáticas.

En definitiva, los hallazgos apoyan la eficacia de la intervención digital temprana, estructurada y fundamentada teóricamente para mejorar la competencia matemática y reducir el riesgo de dificultades de aprendizaje en esta área.

Resumen Extenso

Introducción

Las matemáticas son una de las competencias clave para el desarrollo en la sociedad actual, caracterizada por manejar abundante información, la toma de decisiones y la necesidad de interpretar datos en diferentes formatos (Díez-Palomar et al., 2023; Pickering et al., 2025). En la vida diaria de las personas, las matemáticas se encuentran en diversas actividades, desde la preparación de recetas hasta la administración económica (Díez-Palomar et al., 2023; Pickering et al., 2025). Más allá de estas situaciones, el pensamiento matemático favorece el razonamiento lógico, la abstracción, el análisis y la resolución de problemas, capacidades transferibles a distintos ámbitos del conocimiento y de la vida profesional (Gula & Lovric, 2024; Sehrawat, 2024). Por ello, las matemáticas no deben entenderse únicamente como un contenido escolar, sino como una herramienta esencial para la autonomía, la inclusión social y la participación plena en la sociedad (Jordan et al., 2022; OECD, 2023a, 2023b).

En el contexto español, los informes de rendimiento académico muestran que, en matemáticas, el alumnado español continúa situándose en niveles intermedios, sin

progresos significativos y con importantes diferencias territoriales y de género (Cordero et al., 2024; INEE, 2024; OECD, 2023b). A esto se suma que una parte relevante de la población adulta presenta dificultades para aplicar las matemáticas en contextos cotidianos y laborales, lo que sugiere que muchas de estas carencias se originan en etapas tempranas del desarrollo (OECD, 2023a, 2023b). En consecuencia, la investigación ha subrayado que muchas dificultades matemáticas se originan antes del inicio de la escolaridad obligatoria, y que el desarrollo temprano de estas habilidades constituye un factor determinante del éxito académico posterior y del aprendizaje en otras áreas (Akhavein et al., 2023; Hidayah & Retnawati, 2024; Liu et al., 2025; Morgan et al., 2016; ten Braak et al., 2022).

En este marco, el sentido numérico, entendido como el conjunto de conocimientos y destrezas que permiten comprender el número, sus relaciones y operaciones, y utilizarlos con flexibilidad en diferentes contextos, ha tenido un papel central en la investigación sobre las matemáticas tempranas (Jordan et al., 2022; Jordan & Dyson, 2025). El sentido numérico integra componentes como el conteo, el conocimiento numérico y las operaciones, y su desarrollo inicial predice de manera significativa el rendimiento matemático posterior (Beliakoff et al., 2025; Jordan et al., 2022; Liu et al., 2025). Asimismo, el aprendizaje temprano de las matemáticas puede producir el denominado “efecto Mateo”, según el cual quienes desarrollan bases sólidas avanzan con mayor rapidez, mientras que quienes presentan dificultades iniciales tienden a quedar rezagados de forma persistente (Larsen & Little, 2021; ten Braak et al., 2022). Por ello, la intervención temprana aparece como una necesidad educativa y social, especialmente en contextos de desigualdad (Raudenbush et al., 2020; OECD, 2023b).

Para fundamentar este planteamiento, es necesario revisar diferentes enfoques teóricos sobre el aprendizaje y su relación con las matemáticas. Desde el constructivismo, Piaget plantea que el conocimiento se construye de activamente a través de la interacción con el entorno, de manera que el desarrollo cognitivo progresa a través de reorganizaciones cualitativas del pensamiento (Hanfstingl et al., 2022; Malik & Marwaha, 2020; Piaget, 1970). En el ámbito de las matemáticas, este enfoque subraya la importancia de la manipulación, la clasificación, la seriación y la acción sobre los objetos como base para la construcción de nociones numéricas y aritméticas (Clements & Sarama, 2020; Nunes & Bryant, 2021; Piaget & Szeminska, 1952; Whitehead & Hawes, 2023). Las aportaciones neo-piagetianas, especialmente las de Pascual-Leone, matizan este marco al destacar que algunos recursos cognitivos limitan la coordinación de operaciones matemáticas en las primeras edades (Arsalidou & Pascual-Leone, 2016; Pascual-Leone, 1984).

La teoría sociocultural de Vygotski sitúa el aprendizaje en la interacción social y cultural, dando un papel central al lenguaje, la mediación y la Zona de Desarrollo Próximo (Fernyhough & Borghi, 2023; Vygotsky, 1978). Desde esta perspectiva, el aprendizaje matemático temprano no es un proceso exclusivamente individual, sino una construcción compartida mediada por herramientas culturales, materiales manipulativos, representaciones visuales y la colaboración con adultos o iguales más competentes (Clements & Sarama, 2020; Mercer & Sams, 2006; Meylani, 2024; Santos-Trigo, 2024). En esta misma línea, Bruner propone los modos de representación enactivo, icónico y simbólico, que permiten comprender cómo el alumnado transita desde la acción y la manipulación hacia las representaciones visuales y, finalmente, hacia el pensamiento formal y el uso del simbolismo matemático (Bruner, 1966; Byrne et al., 2023; Castro-Alonso et al., 2024; Fu & Tiong, 2025; Way, 2024). Por su parte, Ausubel subraya la

importancia del conocimiento previo y del aprendizaje significativo, señalando que la nueva información adquiere sentido cuando puede anclarse de manera sustantiva en estructuras cognitivas previas (Ausubel et al., 1983; Bryce & Blown, 2024). Este planteamiento resulta especialmente útil en las matemáticas tempranas, ya que habilidades como la subitización, la cardinalidad, el conteo, el orden numérico y la composición de cantidades funcionan como base para aprendizajes posteriores (Baroody et al., 2023; Hattan et al., 2023; Sarama et al., 2021).

También adquieren importancia factores emocionales y sociales. La ansiedad matemática, la autoeficacia, la motivación y el contexto familiar condicionan la forma en que el alumnado se aproxima a las matemáticas y su rendimiento en la materia (Barroso et al., 2021; Carey et al., 2017; Schukajlow et al., 2023; Yang et al., 2024; Zakariya, 2022). Finalizando con los enfoques teóricos, la cognición 4E, entiende la cognición como encarnada, situada, enactiva y extendida, y permite explicar el aprendizaje matemático como un proceso en el que intervienen el cuerpo, el entorno, la acción y las herramientas externas, incluidas las tecnologías digitales (Carney, 2020; Clark & Chalmers, 1998; Fajardo-Santamaría, 2022; Gallagher, 2017). A ello se añaden los aportes de la neurociencia, que muestran que la cognición matemática se apoya en redes cerebrales específicas, como el surco intraparietal y la corteza prefrontal, y que durante la infancia la plasticidad cerebral permite que el entrenamiento matemático modifique funcional y estructuralmente estos circuitos (Aulet et al., 2025; Chang et al., 2022; Menon & Chang, 2021; Ren & Libertus, 2023; Supekar et al., 2013).

La adquisición de las matemáticas tempranas se describe a partir del desarrollo del sentido numérico, entendido como el conjunto de conocimientos y destrezas que permiten comprender el número, sus relaciones y operaciones y utilizarlos con flexibilidad en distintos contextos (Jordan et al., 2022; Jordan & Dyson, 2025). Desde

los primeros meses de vida, los bebés muestran sensibilidad a los cambios en la cantidad, y posteriormente estas representaciones iniciales evolucionan hacia formas cada vez más complejas de pensamiento matemático. En este proceso se distingue el Sistema de Aproximación Numérica, que permite discriminar cantidades no simbólicas de manera aproximada, el pensamiento matemático informal, que incluye habilidades como numeración, relaciones y operaciones adquiridas a través de la experiencia cotidiana, y el pensamiento matemático formal, que se desarrolla mediante la enseñanza en el colegio (Clements & Sarama, 2020; Purpura & Lonigan, 2013; Odic & Starr, 2018; Siegler & Braithwaite, 2017; Xu & Spelke, 2000). El aprendizaje matemático formal se construye sobre una base previa de competencias informales y de sentido numérico, por lo que el desarrollo temprano es relevante para el rendimiento académico posterior.

En relación con los predictores de la competencia matemática, se distingue entre predictores de dominio general y específico (Aragón et al., 2021; Geary, 2013). Los predictores de dominio específico comprenden habilidades numéricas estrechamente vinculadas al sentido numérico y a los logros matemáticos iniciales, como la comparación de magnitudes no simbólica y simbólica, la estimación, la subitización, el conteo, el reconocimiento de números arábigos, el mapeo símbolo-cantidad, la estimación en recta numérica, el valor posicional, la transcodificación y la composición y descomposición de cantidades (De Smedt et al., 2013; Geary et al., 2019; Jordan et al., 2009; LeFevre et al., 2022; Nguyen et al., 2016; Schneider et al., 2016, 2018). Entre los predictores de dominio general destacan la memoria de trabajo, las funciones ejecutivas, la velocidad de procesamiento, la inteligencia fluida y la conciencia fonológica. Todos ellos contribuyen al aprendizaje matemático temprano y ayudan a explicar las diferencias individuales en el rendimiento (Aragón et al., 2021; Dvoinin & Trotskaya,

2022). En conjunto, se plantea que la competencia matemática temprana depende de la interacción entre habilidades numéricas específicas y generales.

Finalmente, se destacan las Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas (DAM) como un término amplio que engloba problemas heterogéneos en el aprendizaje matemático, cuyas causas pueden ser múltiples y no implican necesariamente un trastorno neurobiológico (Noël & Karagiannakis, 2022). Se diferencia de la discalculia, entendida como una dificultad específica del aprendizaje matemático, persistente y no explicable por baja inteligencia, enseñanza inadecuada u otros trastornos (Gurganus, 2022; Dowker, 2024; Tablante et al., 2023; APA, 2022; Santos et al., 2022). A diferencia de las DAM, la discalculia no se puede prevenir, si bien una identificación precoz puede beneficiar al alumnado (tanto con DAM como con discalculia) al permitir intervenir y proporcionar herramientas de apoyo ajustadas (Geary, 2010; Van Luit, 2015).

Tras revisar los predictores de las matemáticas y las DAM, se puede destacar la importancia que han adquirido las intervenciones tempranas y, de forma particular, las intervenciones basadas en tecnología para el entrenamiento de la competencia matemática (Kim et al., 2021; Mera-Cantillo et al., 2025; Outhwaite et al., 2019; Zhang et al., 2020). No obstante, se señala que no todas las intervenciones incorporan de forma conjunta predictores de dominio general y específico, que sigue siendo necesario validar científicamente la eficacia de muchas apps educativas disponibles y que resulta imprescindible comprobar sus efectos a largo plazo. A partir de estas cuestiones, se plantean los objetivos e hipótesis del estudio.

El objetivo general fue mejorar la competencia matemática temprana en el alumnado de Educación Infantil con un rendimiento más bajo a través de entrenamiento con apps (con el programa Psicomates-Kids 1 y 2). Como objetivos específicos, se plantearon identificar al alumnado con un perfil de rendimiento matemático más bajo,

mejorar las habilidades de dominio específico de las matemáticas, mejorar las habilidades de dominio general de las matemáticas y relacionar los cambios ocurridos entre ambos tipos de predictores. A partir de ello, se formularon cuatro hipótesis: 1) el entrenamiento mediante Psicomates-Kids 1 y 2 mejorará la competencia matemática temprana, 2) el entrenamiento mejorará las habilidades de dominio general asociadas a las matemáticas, 3) los cambios en la competencia matemática se relacionarán con los cambios en las habilidades de dominio general, y 4) el entrenamiento favorecerá una mejora en el rendimiento futuro del alumnado.

Método

Para la evaluación de los diferentes predictores de dominio general y específico de las matemáticas, se seleccionó un conjunto de pruebas estandarizadas. La variable principal de competencia matemática temprana se midió mediante el TEDI-MATH (Grégoire et al., 2015), prueba destinada a la detección de problemas en la adquisición de las matemáticas y de aplicación individual. Esta batería evalúa grandes bloques relacionados con el conteo, la numeración, la comprensión del sistema numérico, las operaciones lógicas y aritméticas y la estimación del tamaño. Para las habilidades de dominio general se emplearon el Early Year Toolbox (Howard & Melhuish, 2017) (para memoria de trabajo visoespacial, *shifting* e inhibición), la prueba de Claves del WPPSI-III (Wechsler, 2009) (para velocidad de procesamiento), la Batería de Inicio a la Lectura BIL 3-6 (Sellés et al., 2010) (para conciencia fonológica), la prueba de Dígitos en orden directo e inverso del WISC-IV (Wechsler, 2005) (para memoria de trabajo verbal) y el Test de Matrices Progresivas de Raven Color (Raven, 1996) (para inteligencia fluida).

Como instrumentos de intervención se utilizaron las aplicaciones Psicomates-Kids 1 y 2, diseñadas para entrenar tanto habilidades de dominio general como habilidades de dominio específico de las matemáticas. Algunas de ellas proceden de un

estudio anterior, pero 6 nuevas fueron diseñadas para una intervención más completa y cubrir todos los predictores. Entre las tareas dirigidas al dominio general se incluyeron *Busca al Duende Pedrito*, *Conejito Lupito Vuelve a Casa*, *Sigue la Flecha con el Duende Pedrito*, *El Restaurante del Bosque de Mon*, *Descifra con el Conejito Lupito*, *Fly contra Spill* y *Mon y las Palabras*. Entre las tareas destinadas al dominio específico de las matemáticas se incluyeron *Rapicuenta con Mon el Dragón*, *Las Recetas de Mamá Osa*, *La Seta del Duende Pedrito*, *Compara Cantidades con Mon el Dragón*, *Encuentra el Número Escondido* y *Calcula con Mon*. Se estableció una relación entre las tareas de evaluación y de intervención, tanto para las habilidades específicas (Figura 1), como para las generales (Figura 2), con el fin de comprobar de manera precisa los cambios asociados al entrenamiento.

Figura 1.

Relación de tareas Psicomates-Kids con las habilidades matemáticas y la prueba de evaluación

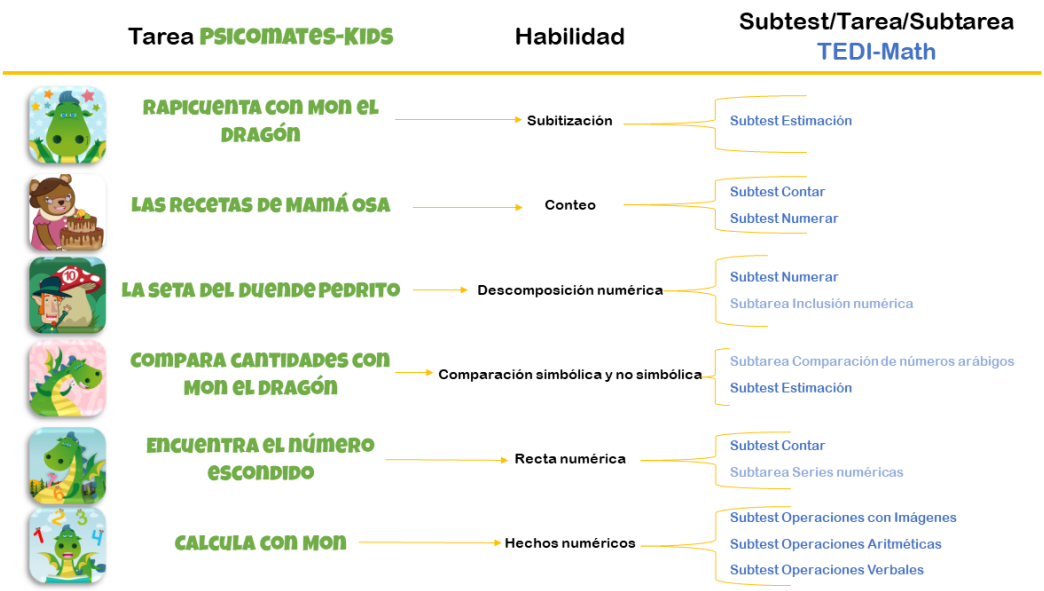


Figura 2.

Relación de tareas Psicomates-Kids con las habilidades de dominio general y las pruebas de evaluación



La muestra se seleccionó mediante un procedimiento intencional y polietápico, segmentado en dos etapas. La muestra inicial estuvo formada por 174 estudiantes de Educación Infantil de 5 años procedentes de cinco centros educativos de la provincia de Cádiz. Tras la evaluación pretest, se seleccionó al alumnado cuyo rendimiento en competencia matemática temprana se situaba por debajo del Pc_{25} dentro de su clase. Posteriormente, mediante un análisis de regresión con las variables de dominio general, se eligió la memoria de trabajo verbal como segunda variable de segmentación, por ser la que explicaba una mayor proporción de varianza en la competencia matemática temprana. A partir de la mediana de memoria de trabajo verbal, se asignó al alumnado con puntuaciones inferiores al grupo experimental, definido como perfil de mayor dificultad, y al alumnado con puntuaciones superiores al grupo control, definido como

perfil sin dificultad. Tras las pérdidas muestrales, la muestra final quedó compuesta por 93 estudiantes, con 42 en el grupo experimental y 51 en el grupo control.

El procedimiento se estructuró en tres fases principales: evaluación inicial, intervención y evaluación postintervención. Antes de comenzar la evaluación se seleccionaron cinco centros de Educación Infantil, públicos y concertados, pertenecientes a un entorno socioeconómico comparable. Se organizaron sesiones informativas dirigidas a equipos directivos, profesorado y familias para explicar los objetivos y el desarrollo del proyecto, y una vez obtenidos los permisos y consentimientos necesarios se procedió a la evaluación inicial. Esta se llevó a cabo de manera individual por miembros del equipo de investigación, en condiciones ambientales adecuadas y con formación previa en la administración de las pruebas, para lo cual se diseñó además un manual explicativo. Cada participante recibió dos sesiones de evaluación: una para el conocimiento matemático y otra para las habilidades de dominio general.

La intervención consistió en un entrenamiento mediante las aplicaciones educativas Psicomates-Kids 1 y 2. Se llevó a cabo en grupos reducidos de entre 3 y 6 alumnos y alumnas. Cada grupo completó un total de 28 sesiones diarias, con una duración de 20 minutos por sesión. Las apps estaban instaladas en las tablets utilizadas por el equipo investigador, que guió el entrenamiento. El calendario de sesiones se coordinó con el profesorado para asegurar que no interfiriera en las actividades docentes ni en los tiempos de juego o descanso del alumnado. Durante este periodo, el grupo control continuó con las actividades habituales del currículo educativo, sin recibir apoyo adicional en matemáticas tempranas. Finalizada la intervención, se repitió la evaluación siguiendo el mismo procedimiento empleado en la fase inicial.

El estudio siguió un diseño cuasi-experimental con grupo control, debido a la selección intencional de la muestra en función del perfil cognitivo bajo frente a alto, y se tomaron medidas pre y post intervención.

Resultados

Los análisis descriptivos iniciales confirmaron que ambos grupos presentaban perfiles cognitivos diferenciados. La media de edad de los participantes al inicio del estudio fue de 63.74 meses (SD=3.39), y en inteligencia fluida el grupo experimental obtuvo una media de 14.50 (SD=3.81), mientras que el grupo control alcanzó una media de 19.65 (SD=5.19), con diferencias significativas a favor del grupo control. Estos resultados indicaban que ambos grupos partían de perfiles cognitivos distintos, coherentes con el procedimiento de selección empleado.

En relación con la primera hipótesis, los resultados mostraron que el entrenamiento mediante Psicomates-Kids 1 y 2 mejoró el rendimiento del alumnado en la competencia matemática temprana. En el grupo experimental, la puntuación total del TEDI-MATH pasó de 41.78 (SD=8.23) a 57.88 (SD=8.43), con una ganancia de 16.1 puntos, observándose además incrementos en todas las subpruebas: contar, numerar, sistema numérico arábigo, decisión numérica oral, operaciones lógicas, operaciones con imágenes, operaciones aritméticas, operaciones verbales y estimación no simbólica. Las pruebas de contraste mostraron diferencias estadísticamente significativas entre pretest y postest en todas las subpruebas y en la puntuación total del TEDI-MATH dentro del grupo experimental, y el cálculo del tamaño del efecto indicó valores *grandes* en todos los componentes evaluados. Aunque el grupo control también mostró mejoras entre pretest y postest, estas fueron más reducidas; en la puntuación total, por ejemplo, pasó de 62.88 (SD=8.40) a 70.78 (SD=6.75), con una ganancia de 7.9 puntos, inferior a la

observada en el grupo experimental y tamaños del efecto menores en todos los subtest (Tabla 1).

Tabla 1.

Tamaño del efecto en las subpruebas del TEDI-MATH

Subtest	*d de Cohen Ge*	*Interpretación Ge*	*d de Cohen Gc*	*Interpretación Gc*	*Diferencia (Ge – Gc)*
Contar	1.13	*Grande*	0.40	*Pequeño*	+0.73
Numerar	1.31	*Grande*	0.77	*Moderado*	+0.54
SNA	0.96	*Grande*	0.48	*Pequeño*	+0.49
DNO	0.97	*Grande*	0.88	*Grande*	+0.09
OL	1.57	*Grande*	0.72	*Moderado*	+0.85
OI	1.37	*Grande*	0.43	*Pequeño*	+0.94
OA	1.23	*Grande*	0.77	*Moderado*	+0.47
OV	1.47	*Grande*	0.53	*Moderado*	+0.94
ENS	0.83	*Grande*	0.74	*Moderado*	+0.09
TEDI Total	1.97	*Grande*	1.04	*Grande*	+0.93

Además, el análisis de la situación de riesgo matemático mostró que una parte importante del alumnado del grupo experimental abandonó la franja situada por debajo del Pc_{25} tras la intervención (Tabla 2).

Tabla 2.

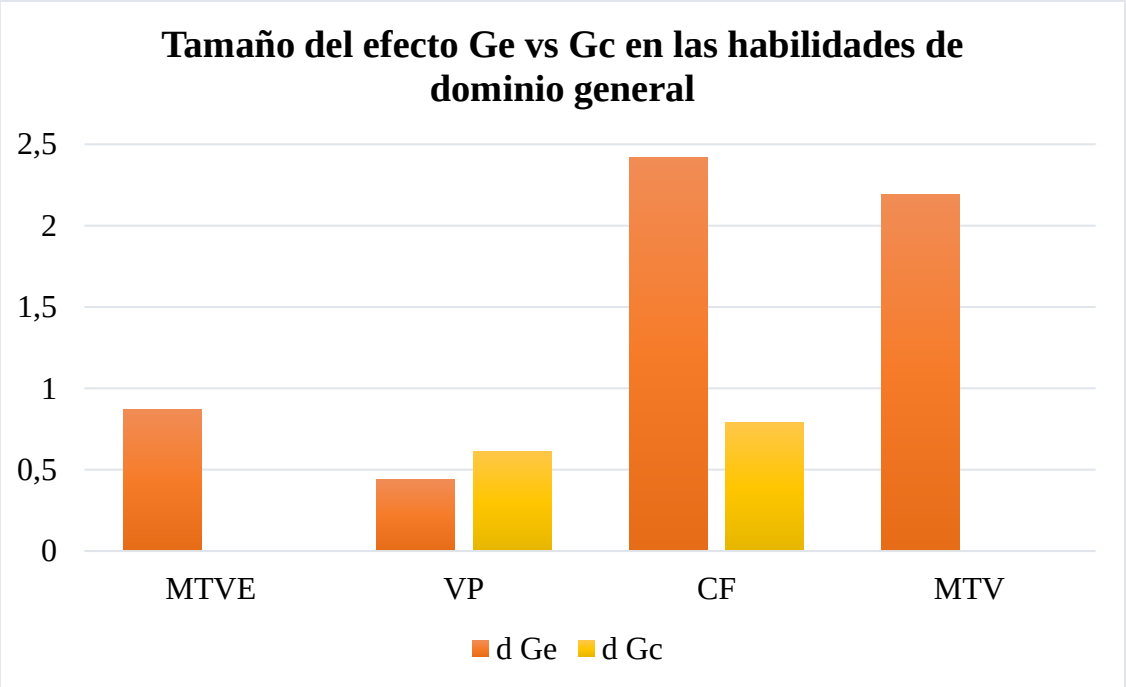
Tabla de contingencia entre sujetos del Ge en Riesgo y No riesgo antes y después de la intervención

		Evaluación Postest		
		No riesgo	Riesgo	Total
Evaluación pretest	No Riesgo	12	0	12
	Riesgo	25	5	30
Total		37	5	42

La segunda hipótesis planteaba que el entrenamiento mediante las apps mejoraría las habilidades de dominio general asociadas al pensamiento matemático. Los resultados mostraron cambios en todas las variables evaluadas en el grupo experimental, pero solo algunas de ellas mejoraron de manera estadísticamente significativa. En concreto, se observaron mejoras significativas en la memoria de trabajo visoespacial y verbal, la velocidad de procesamiento y la conciencia fonológica, mientras que no aparecieron cambios significativos en *shifting* ni en inhibición. El análisis del tamaño del efecto mostró que la mejora fue destacable en memoria de trabajo visoespacial, verbal y conciencia fonológica, con tamaño del efecto *grande*, mientras que en velocidad de procesamiento el tamaño del efecto fue *pequeño*. Comparando con el grupo control, este último obtuvo un tamaño del efecto menor o inexistente en las habilidades de dominio general, excepto en velocidad de procesamiento (Figura 3).

Figura 3.

Diferencias del Tamaño del efecto en las habilidades de dominio general de las matemáticas



La tercera hipótesis planteaba que los cambios en la competencia matemática se relacionarían con los cambios en las habilidades de dominio general. Los análisis de regresión realizados en pretest y postest mostraron que, en el grupo experimental, la competencia matemática temprana se explicaba principalmente a partir de la conciencia fonológica y el *shifting*, tanto antes como después de la intervención. En el grupo control, en cambio, el patrón fue diferente, destacando en el postest el papel de la memoria de trabajo visoespacial como predictor principal de la competencia matemática. En conjunto, estos resultados indicaron que la competencia matemática temprana se relaciona con predictores de dominio general, aunque el patrón de asociación no es idéntico en ambos grupos.

La cuarta hipótesis hacía referencia al rendimiento futuro del alumnado. Para su contraste se tomó como criterio la calificación en la asignatura de matemáticas al curso siguiente a la intervención. Los resultados mostraron que el 92.5 % del alumnado del grupo experimental aprobó matemáticas al año siguiente, mientras que el 7.5 % suspendió. La tabla de contingencia evidenció que el alumnado que había salido de la franja de riesgo en el postest tenía una probabilidad considerablemente mayor de aprobar matemáticas posteriormente, mientras que el suspenso se concentraba en mayor medida entre quienes permanecieron en situación de riesgo (Tabla 3). De este modo, la salida de la franja de riesgo tras la intervención apareció asociada a un mejor rendimiento matemático posterior.

Tabla 3.

Tabla de contingencia entre sujetos del Ge en Riesgo y No riesgo post comparando con calificaciones al curso siguiente

		Estado Calificaciones 1ºEP		
		Aprobado	Suspenso	Total
Evaluación postest	No Riesgo	34	1	35 (87.5%)
	Riesgo	3	2	5 (12.5%)
Total		37 (92.5%)	3 (7.5%)	40 (100%)

Discusión

Los resultados obtenidos evidencian que el diseño de intervención con apps mediante Psicomates-Kids 1 y 2 constituye un recurso eficaz para mejorar la competencia matemática temprana y varios de los predictores de dominio general, al construirse a partir de una base teórica sólida sobre intervenciones efectivas y basadas en tecnología en Educación Infantil (Aragón et al., 2021; De Smedt et al., 2013; LeFevre et al., 2022). El diseño de las apps se alinea con una concepción multidimensional de la competencia matemática temprana, en la que se integran habilidades de conteo, magnitud, operaciones básicas, recta numérica y descomposición, junto con procesos lógicos como la seriación y la clasificación (Aragón et al., 2021; De Smedt et al., 2013; LeFevre et al., 2022).

De la primera hipótesis se concluye que el entrenamiento mediante las apps se asocia con mejoras significativas y de gran magnitud en el grupo experimental. Desde una perspectiva global, el incremento en la puntuación total del TEDI-MATH sugiere que la intervención fortaleció de manera amplia el conjunto de habilidades numéricas básicas y no solo aspectos aislados, en línea con los modelos que conciben la competencia matemática temprana como un constructo multidimensional (Aragón et al.,

2021; Clements & Sarama, 2020; Geary, 2011; Jordan & Dyson, 2025; Von Aster & Shalev, 2007). Además, la reducción del alumnado en situación de riesgo tras la intervención resulta especialmente relevante, ya que las dificultades iniciales tienden a consolidarse y amplificarse con el tiempo, por lo que intervenir sobre subdominios específicos antes del inicio de la escolaridad obligatoria puede funcionar como una estrategia de equidad educativa (Balıkcı & Melekoglu, 2020; Geary, 2004; Jordan & Devlin, 2023; Licastro et al., 2025; Penner et al., 2019).

La segunda hipótesis queda confirmada de forma parcial. La competencia matemática temprana constituye un sistema complejo en el que convergen componentes de dominio específico y de dominio general (Aragón et al., 2021; Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Dvoinin & Trotskaya, 2022; Geary, 2013). El patrón de resultados sugiere que las apps actuaron sobre las diferentes habilidades y que, además de mejorar la competencia matemática, produjeron mejoras claras en la memoria de trabajo visoespacial, la conciencia fonológica y la memoria de trabajo verbal. Sin embargo, los efectos sobre *shifting* e inhibición fueron más modestos, lo que lleva a plantear la conveniencia de reforzar y prolongar el entrenamiento de las funciones ejecutivas si se pretende producir cambios más destacables en estos predictores cognitivos (Ng et al., 2015; ten Braak et al., 2022).

La tercera hipótesis sostiene que los resultados aportan información relevante sobre la arquitectura cognitiva de la competencia matemática temprana. En el grupo experimental, la conciencia fonológica y el *shifting* aparecen como predictores relevantes de la competencia matemática antes y después de la intervención. Esto sugiere que la mejora observada no puede explicarse únicamente por el entrenamiento directo de contenidos numéricos, sino también por la activación y fortalecimiento de procesos cognitivos que sostienen el aprendizaje matemático (Aragón et al., 2021;

Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Dvoinin & Trotskaya, 2022; Geary, 2013). En cambio, el grupo control mostró un patrón similar al grupo experimental en pretest y diferente en postest. Esta diferencia sugiere que el desarrollo espontáneo de habilidades cognitivas sin entrenamiento dirigido puede tener un impacto más limitado y menos predecible. De este modo, la competencia matemática temprana se interpreta como una arquitectura compleja apoyada en recursos cognitivos diversos.

En cuanto a la cuarta hipótesis queda confirmada con matices. El hecho de que el alumnado que quedó fuera de la franja de riesgo tras la intervención presentara una probabilidad mucho mayor de aprobar matemáticas al año siguiente se interpreta como un indicio de efecto protector del entrenamiento sobre el rendimiento posterior, en consonancia con la literatura que destaca el valor predictivo de las competencias matemáticas tempranas y de los modelos de respuesta a la intervención (Duncan et al., 2007; Grégoire et al., 2015; Licastro et al., 2025; Morgan et al., 2009). No obstante, se advierte que el tamaño muestral obliga a interpretar estos hallazgos con prudencia.

De manera global, el programa se puede considerar un recurso eficaz no solo para mejorar la competencia matemática temprana y varios predictores de dominio general, sino también como una propuesta en línea con las características atribuidas por la literatura a las intervenciones efectivas y basadas en tecnología en Educación Infantil (Aragón et al., 2021; De Smedt et al., 2013; LeFevre et al., 2022). Cada aplicación se vincula con un precursor específico descrito como central en la literatura; por ejemplo, *Rapicuenta* entrena la subitización y el reconocimiento rápido de pequeñas cantidades, mientras que *Las recetas de Mamá Osa* se centra en el conteo coordinando serie verbal, correspondencia uno a uno y cardinalidad (Geary et al., 2019; Jordan et al., 2009; Nguyen et al., 2016; Splinter et al., 2024; Spaepen et al., 2018; ten Braak et al., 2022). De este modo, la estructura del programa se relaciona con las investigaciones sobre

intervenciones digitales que combinan entrenamiento en habilidades numéricas específicas con tareas que implican memoria de trabajo, funciones ejecutivas y conciencia fonológica (Cary et al., 2020; Fernández-Abella et al., 2019; Mera-Cantillo et al., 2025; Outhwaite et al., 2023; Pazouki et al., 2018; Schacter & Jo, 2017; Verbruggen et al., 2021).

Como conclusión general, Psicomates-Kids 1 y 2 constituye un programa de intervención digital estructurado y fundamentado teóricamente, orientado al alumnado de Educación Infantil que puede estar en riesgo de dificultades en matemáticas. A diferencia de otras aplicaciones comerciales, el programa fue diseñado para integrarse en el aula, en coordinación con el profesorado y como apoyo complementario a la enseñanza ordinaria (Aunio et al., 2021; Clements & Sarama, 2020). En conjunto, los resultados muestran que el programa mejora de manera notable la competencia matemática temprana, reduce el porcentaje de alumnado en riesgo, fortalece varios predictores cognitivos clave y se asocia con una mayor probabilidad de aprobar matemáticas al año siguiente en el alumnado que sale de la franja de riesgo.

Entre las aportaciones novedosas destacan, desde el punto de vista metodológico, la incorporación de seis nuevas tareas en formato app que conforman Psicomates-Kids 2 y complementan programas anteriores (Mera et al., 2022). Estas tareas trabajan conciencia fonológica, conteo y descomposición en base 10, bucle fonológico, *shifting* e inhibición, y el hecho de hacer explicita su relación con los predictores trabajados facilita su utilización en otros estudios y contextos. Desde el punto de vista aplicado, esta tesis doctoral ofrece una herramienta potencialmente útil para centros educativos, para alumnado con dificultades y aporta orientaciones para el diseño de intervenciones digitales tempranas y para la formación del profesorado en el

uso preventivo de la tecnología (Haßler et al., 2015; Mera-Cantillo et al., 2025; OECD, 2023a, 2023b; Outhwaite et al., 2023; Schacter & Jo, 2017; UNESCO, 2023).

Se reconocen también varias limitaciones. Entre ellas, el tamaño muestral, que obliga a interpretar algunos resultados con cautela; limitaciones en algunas tareas utilizadas para evaluar funciones ejecutivas, que pueden captar solo una parte de la complejidad de estos constructos; y el hecho de que el seguimiento del rendimiento posterior se base en la calificación de matemáticas sin disponer de medidas equivalentes para todos los grupos ni de pruebas estandarizadas a medio plazo (Friedman & Miyake, 2017; Licastro et al., 2025; Morgan et al., 2009; Miyake et al., 2000). Asimismo, no se profundiza en variables como la fidelidad del alumnado a la intervención, las adaptaciones realizadas, las actitudes del profesorado o el apoyo familiar. Como líneas futuras, se propone replicar el estudio con muestras mayores y más heterogéneas, emplear diseños experimentales más robustos, incorporar medidas adicionales de seguimiento, intensificar el entrenamiento dirigido a funciones ejecutivas y profundizar en el análisis de la interacción con las apps y del papel del profesorado y las familias en la implementación del programa.

ABSTRACT

Brief abstract

Mathematics is a fundamental competence for everyday life, social inclusion, and individuals' academic development. Recent research indicates that difficulties in this area originate from an early age, which makes early intervention particularly relevant. From this perspective, the importance of training both domain-general and mathematics-specific skills is proposed, with attention to the potential and advantages offered by digital technologies as an educational resource.

The aim of this thesis was to improve the mathematical competence of five-year-old Early Childhood Education pupils with a low cognitive profile through an app-based training programme. To this end, a quasi-experimental study with pre- and post-intervention measures was conducted. Early mathematical competence and domain-general predictors were assessed using a battery of standardised tests. The intervention programme was designed using a set of app-based tasks specifically created to address, in a playful, structured, and comprehensive way, both domain-general and mathematics-specific predictors. The training was carried out in small groups across 28 daily sessions.

The results showed a significant improvement in early mathematical competence in the experimental group, with an effect size greater than that observed in the control group. These improvements were observed across different components of mathematical performance and were accompanied by a notable reduction in the number of pupils considered to be at risk of future difficulties. Significant improvements were also observed in some domain-general cognitive skills, with larger effect sizes than in the control group, specifically in processing speed, phonological awareness, visuospatial working memory, and verbal working memory. In addition, no longer being in a

possible risk situation after the intervention was associated with better subsequent academic performance in mathematics.

Overall, the findings support the effectiveness of early, structured, and theoretically grounded digital intervention in improving mathematical competence and reducing the risk of learning difficulties in this area.

Extended abstract

Introduction

Mathematics is one of the key competences for development in contemporary society, which is characterised by the handling of abundant information, decision-making, and the need to interpret data in different formats (Díez-Palomar et al., 2023; Pickering et al., 2025). In people's daily lives, mathematics is present in a range of activities, from preparing recipes to managing personal finances (Díez-Palomar et al., 2023; Pickering et al., 2025). Beyond these situations, mathematical thinking promotes logical reasoning, abstraction, analysis, and problem-solving, abilities that are transferable to different areas of knowledge and professional life (Gula & Lovric, 2024; Sehrawat, 2024). Therefore, mathematics should not be understood solely as school content, but as an essential tool for autonomy, social inclusion, and full participation in society (Jordan et al., 2022; OECD, 2023a, 2023b).

In the Spanish context, academic performance reports show that, in mathematics, Spanish pupils continue to be positioned at intermediate levels, with no significant progress and with important territorial and gender differences (Cordero et al., 2024; INEE, 2024; OECD, 2023b). In addition, a relevant proportion of the adult population experiences difficulties in applying mathematics in everyday and work-related contexts,

suggesting that many of these shortcomings originate in the early stages of development (OECD, 2023a, 2023b). Consequently, research has highlighted that many mathematical difficulties originate before the beginning of compulsory schooling, and that the early development of these skills is a determining factor in later academic success and learning in other areas (Akhavein et al., 2023; Hidayah & Retnawati, 2024; Liu et al., 2025; Morgan et al., 2016; ten Braak et al., 2022).

Within this framework, number sense, understood as the set of knowledge and skills that enables individuals to understand number, its relationships and operations, and to use them flexibly in different contexts, has played a central role in research on early mathematics (Jordan et al., 2022; Jordan & Dyson, 2025). Number sense integrates components such as counting, numerical knowledge, and operations, and its early development significantly predicts later mathematical achievement (Beliakoff et al., 2025; Jordan et al., 2022; Liu et al., 2025). Likewise, early mathematics learning may produce the so-called “Matthew effect”, whereby those who develop solid foundations progress more rapidly, whereas those who present initial difficulties tend to fall persistently behind (Larsen & Little, 2021; ten Braak et al., 2022). For this reason, early intervention emerges as an educational and social need, especially in contexts of inequality (Raudenbush et al., 2020; OECD, 2023b).

To substantiate this approach, it is necessary to review different theoretical perspectives on learning and its relationship with mathematics. From the perspective of constructivism, Piaget argues that knowledge is actively constructed through interaction with the environment, so that cognitive development progresses through qualitative reorganisations of thought (Hanfstingl et al., 2022; Malik & Marwaha, 2020; Piaget, 1970). In the field of mathematics, this approach highlights the importance of manipulation, classification, seriation, and action upon objects as the basis for the

construction of numerical and arithmetic notions (Clements & Sarama, 2020; Nunes & Bryant, 2021; Piaget & Szeminska, 1952; Whitehead & Hawes, 2023). Neo-Piagetian contributions, particularly those of Pascual-Leone, refine this framework by emphasising that certain cognitive resources limit the coordination of mathematical operations in the early years (Arsalidou & Pascual-Leone, 2016; Pascual-Leone, 1984).

Vygotsky's sociocultural theory situates learning within social and cultural interaction, assigning a central role to language, mediation, and the Zone of Proximal Development (Fernyhough & Borghi, 2023; Vygotsky, 1978). From this perspective, early mathematical learning is not an exclusively individual process, but a shared construction mediated by cultural tools, manipulatives, visual representations, and collaboration with more competent adults or peers (Clements & Sarama, 2020; Mercer & Sams, 2006; Meylani, 2024; Santos-Trigo, 2024). Along the same lines, Bruner proposes the enactive, iconic, and symbolic modes of representation, which make it possible to understand how pupils move from action and manipulation to visual representations and, finally, to formal thought and the use of mathematical symbolism (Bruner, 1966; Byrne et al., 2023; Castro-Alonso et al., 2024; Fu & Tiong, 2025; Way, 2024). Ausubel, for his part, emphasises the importance of prior knowledge and meaningful learning, noting that new information acquires meaning when it can be substantively anchored in previous cognitive structures (Ausubel et al., 1983; Bryce & Blown, 2024). This approach is especially useful in early mathematics, since skills such as subitising, cardinality, counting, numerical order, and the composition of quantities function as the basis for subsequent learning (Baroody et al., 2023; Hattan et al., 2023; Sarama et al., 2021).

Emotional and social factors are also important. Mathematics anxiety, self-efficacy, motivation, and the family context influence the way in which pupils approach

mathematics and their performance in the subject (Barroso et al., 2021; Carey et al., 2017; Schukajlow et al., 2023; Yang et al., 2024; Zakariya, 2022). Finally, among the theoretical approaches, 4E cognition understands cognition as embodied, embedded, enactive, and extended, and makes it possible to explain mathematical learning as a process involving the body, the environment, action, and external tools, including digital technologies (Carney, 2020; Clark & Chalmers, 1998; Fajardo-Santamaría, 2022; Gallagher, 2017). Added to this are the contributions of neuroscience, which show that mathematical cognition relies on specific brain networks, such as the intraparietal sulcus and the prefrontal cortex, and that, during childhood, brain plasticity allows mathematical training to modify these circuits functionally and structurally (Aulet et al., 2025; Chang et al., 2022; Menon & Chang, 2021; Ren & Libertus, 2023; Supekar et al., 2013).

The acquisition of early mathematics is described in terms of the development of number sense, understood as the set of knowledge and skills that enables individuals to understand number, its relationships and operations, and to use them flexibly in different contexts (Jordan et al., 2022; Jordan & Dyson, 2025). From the first months of life, infants show sensitivity to changes in quantity, and these initial representations subsequently evolve into increasingly complex forms of mathematical thinking. Within this process, a distinction is made between the Approximate Number System, which enables the approximate discrimination of non-symbolic quantities; informal mathematical thinking, which includes skills such as numeration, relations, and operations acquired through everyday experience; and formal mathematical thinking, which develops through school instruction (Clements & Sarama, 2020; Purpura & Lonigan, 2013; Odic & Starr, 2018; Siegler & Braithwaite, 2017; Xu & Spelke, 2000).

Formal mathematical learning is built upon a prior foundation of informal competences and number sense, making early development relevant to later academic performance.

With regard to the predictors of mathematical competence, a distinction is made between domain-general and domain-specific predictors (Aragón et al., 2021; Geary, 2013). Domain-specific predictors comprise numerical skills closely linked to number sense and early mathematical achievement, such as non-symbolic and symbolic magnitude comparison, estimation, subitising, counting, recognition of Arabic numerals, symbol-quantity mapping, number-line estimation, place value, transcoding, and the composition and decomposition of quantities (De Smedt et al., 2013; Geary et al., 2019; Jordan et al., 2009; LeFevre et al., 2022; Nguyen et al., 2016; Schneider et al., 2016, 2018). Among domain-general predictors, working memory, executive functions, processing speed, fluid intelligence, and phonological awareness stand out. All of these contribute to early mathematical learning and help to explain individual differences in performance (Aragón et al., 2021; Dvoinin & Trotskaya, 2022). Overall, it is proposed that early mathematical competence depends on the interaction between specific numerical skills and general cognitive skills.

Finally, Mathematical Learning Difficulties (MLD) are highlighted as a broad term encompassing heterogeneous problems in mathematical learning, whose causes may be multiple and do not necessarily imply a neurobiological disorder (Noël & Karagiannakis, 2022). MLD is differentiated from dyscalculia, understood as a specific difficulty in mathematical learning that is persistent and cannot be explained by low intelligence, inadequate teaching, or other disorders (Gurganus, 2022; Dowker, 2024; Tablante et al., 2023; APA, 2022; Santos et al., 2022). Unlike MLD, dyscalculia cannot be prevented, although early identification can benefit pupils, both those with MLD and

those with dyscalculia, by enabling intervention and the provision of appropriate support tools (Geary, 2010; Van Luit, 2015).

After reviewing the predictors of mathematics and MLD, it is possible to highlight the importance that early interventions, and particularly technology-based interventions for training mathematical competence, have acquired (Kim et al., 2021; Mera-Cantillo et al., 2025; Outhwaite et al., 2019; Zhang et al., 2020). However, it is noted that not all interventions jointly incorporate domain-general and domain-specific predictors, that it remains necessary to scientifically validate the effectiveness of many available educational apps, and that it is essential to examine their long-term effects. Based on these issues, the aims and hypotheses of the study are proposed.

The general aim was to improve early mathematical competence in Early Childhood Education pupils with lower performance through app-based training, using the Psicomates-Kids 1 and 2 programme. The specific aims were to identify pupils with a lower mathematical performance profile, to improve mathematics-specific skills, to improve domain-general skills related to mathematics, and to relate the changes occurring between both types of predictors. On this basis, four hypotheses were formulated: 1) training through Psicomates-Kids 1 and 2 will improve early mathematical competence; 2) training will improve domain-general skills associated with mathematics; 3) changes in mathematical competence will be related to changes in domain-general skills; and 4) training will promote an improvement in pupils' future performance.

Method

A set of standardised tests was selected to assess the different domain-general and mathematics-specific predictors. The main variable of early mathematical

competence was measured using TEDI-MATH (Grégoire et al., 2015), an individually administered test designed to detect problems in the acquisition of mathematics. This battery assesses broad areas related to counting, numeration, understanding of the number system, logical and arithmetic operations, and size estimation. For domain-general skills, the Early Year Toolbox (Howard & Melhuish, 2017) was used for visuospatial working memory, shifting, and inhibition; the Coding subtest of the WPPSI-III (Wechsler, 2009) was used for processing speed; the Batería de Inicio a la Lectura BIL 3-6 (Sellés et al., 2010) was used for phonological awareness; the Forward and Backward Digit Span subtests of the WISC-IV (Wechsler, 2005) were used for verbal working memory; and the Raven Coloured Progressive Matrices Test (Raven, 1996) was used for fluid intelligence.

The Psicomates-Kids 1 and 2 applications were used as intervention instruments. These applications were designed to train both domain-general skills and mathematics-specific skills. Some of them came from a previous study, but six new ones were designed to provide a more comprehensive intervention and to cover all predictors. The tasks targeting the domain-general area included *Busca al Duende Pedrito*, *Conejito Lupito Vuelve a Casa*, *Sigue la Flecha con el Duende Pedrito*, *El Restaurante del Bosque de Mon*, *Descifra con el Conejito Lupito*, *Fly contra Spill*, and *Mon y las Palabras*. The tasks targeting the mathematics-specific domain included *Rapicuenta con Mon el Dragón*, *Las Recetas de Mamá Osa*, *La Seta del Duende Pedrito*, *Compara Cantidades con Mon el Dragón*, *Encuentra el Número Escondido*, and *Calcula con Mon*. A relationship was established between the assessment and intervention tasks, both for specific skills (Figure 1) and for general skills (Figure 2), in order to examine precisely the changes associated with the training.

Figure 1.

Relationship between Psicomates-Kids tasks, mathematical skills, and the assessment test

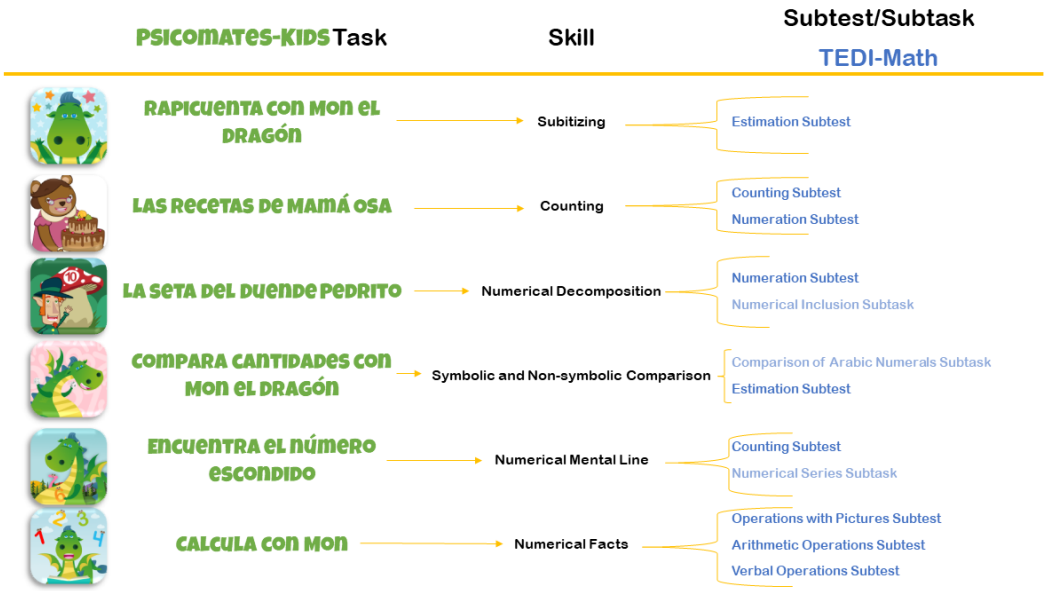
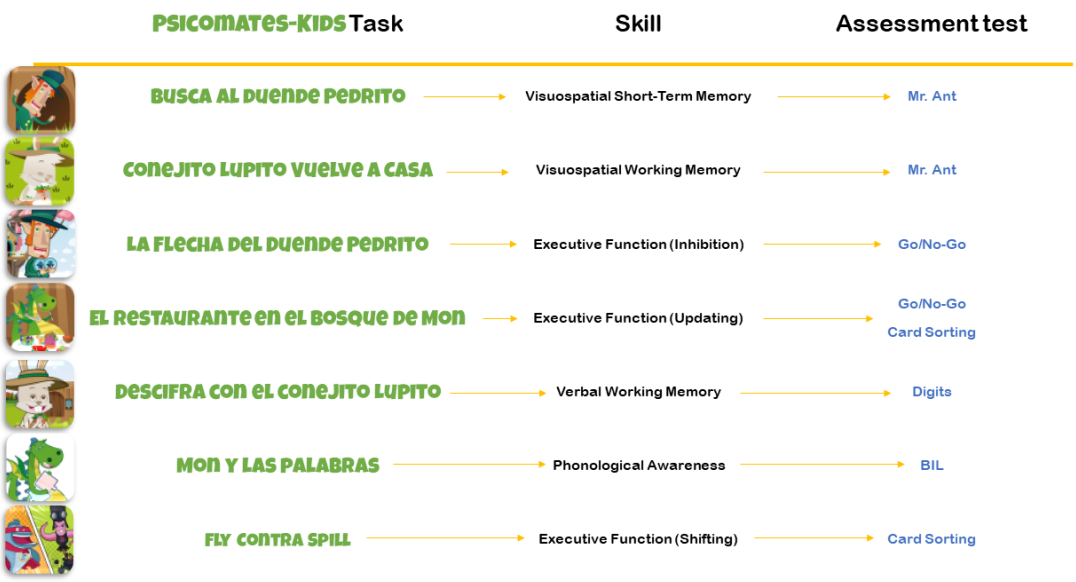


Figure 2.

Relationship between Psicomates-Kids tasks, domain-general skills, and the assessment tests



The sample was selected through an intentional and multi-stage procedure, divided into two stages. The initial sample consisted of 174 five-year-old Early Childhood Education pupils from five schools in the province of Cádiz. After the pre-test assessment, pupils whose early mathematical competence performance was below the 25th percentile within their class were selected. Subsequently, through a regression analysis using the domain-general variables, verbal working memory was selected as the second segmentation variable, as it explained the largest proportion of variance in early mathematical competence. Based on the median for verbal working memory, pupils with lower scores were assigned to the experimental group, defined as the profile with greater difficulty, and pupils with higher scores were assigned to the control group, defined as the profile without difficulty. After sample attrition, the final sample consisted of 93 pupils, with 42 in the experimental group and 51 in the control group.

The procedure was structured in three main phases: initial assessment, intervention, and post-intervention assessment. Before the assessment began, five public and state-subsidised Early Childhood Education schools from a comparable socio-economic context were selected. Information sessions were organised for management teams, teachers, and families to explain the aims and development of the project, and once the necessary permissions and consent forms had been obtained, the initial assessment was conducted. This assessment was carried out individually by members of the research team, under appropriate environmental conditions and following prior training in the administration of the tests, for which an explanatory manual was also designed. Each participant completed two assessment sessions: one for mathematical knowledge and one for domain-general skills.

The intervention consisted of training using the educational applications Psicomates-Kids 1 and 2. It was carried out in small groups of between 3 and 6 pupils.

Each group completed a total of 28 daily sessions, lasting 20 minutes per session. The apps were installed on the tablets used by the research team, who guided the training. The session schedule was coordinated with teachers to ensure that it did not interfere with teaching activities or with pupils' play or rest times. During this period, the control group continued with the usual activities of the educational curriculum, without receiving additional support in early mathematics. Once the intervention had ended, the assessment was repeated following the same procedure used in the initial phase.

The study followed a quasi-experimental design with a control group, due to the intentional selection of the sample according to low versus high cognitive profile, and pre- and post-intervention measures were taken.

Results

The initial descriptive analyses confirmed that the two groups had differentiated cognitive profiles. The mean age of the participants at the beginning of the study was 63.74 months (SD = 3.39), and in fluid intelligence the experimental group obtained a mean score of 14.50 (SD = 3.81), whereas the control group obtained a mean score of 19.65 (SD = 5.19), with significant differences in favour of the control group. These results indicated that both groups started from different cognitive profiles, consistent with the selection procedure used.

Regarding the first hypothesis, the results showed that training through Psicomates-Kids 1 and 2 improved pupils' performance in early mathematical competence. In the experimental group, the total TEDI-MATH score increased from 41.78 (SD = 8.23) to 57.88 (SD = 8.43), with a gain of 16.1 points. Increases were also observed in all subtests: counting, numeration, Arabic number system, oral numerical decision, logical operations, operations with pictures, arithmetic operations, verbal

operations, and non-symbolic estimation. The comparison tests showed statistically significant differences between pre-test and post-test in all subtests and in the total TEDI-MATH score within the experimental group, and the calculation of effect size indicated large values in all the components assessed. Although the control group also showed improvements between pre-test and post-test, these were smaller; in the total score, for example, it increased from 62.88 (SD = 8.40) to 70.78 (SD = 6.75), with a gain of 7.9 points, lower than that observed in the experimental group, and with smaller effect sizes in all subtests (Table 1).

Table 1.

Effect size in the TEDI-MATH subtests

Subtest	*Cohen's d EG*	*EG interpretation*	*Cohen's d CG*	*CG interpretation*	*Difference (EG – CG)*
Counting	1.13	*Large*	0.40	*Small*	+0.73
Numeration	1.31	*Large*	0.77	*Moderate*	+0.54
Arabic Number System	0.96	*Large*	0.48	*Small*	+0.49
Oral Numerical Decision	0.97	*Large*	0.88	*Large*	+0.09
Logical Operations	1.57	*Large*	0.72	*Moderate*	+0.85
Operations with Pictures	1.37	*Large*	0.43	*Small*	+0.94
Arithmetic Operations	1.23	*Large*	0.77	*Moderate*	+0.47
Verbal Operations	1.47	*Large*	0.53	*Moderate*	+0.94
Non-symbolic Estimation	0.83	*Large*	0.74	*Moderate*	+0.09
TEDI (Total)	1.97	*Large*	1.04	*Large*	+0.93

In addition, the analysis of mathematical risk status showed that a substantial proportion of pupils in the experimental group moved out of the range below the 25th percentile after the intervention (Table 2).

Table 2.

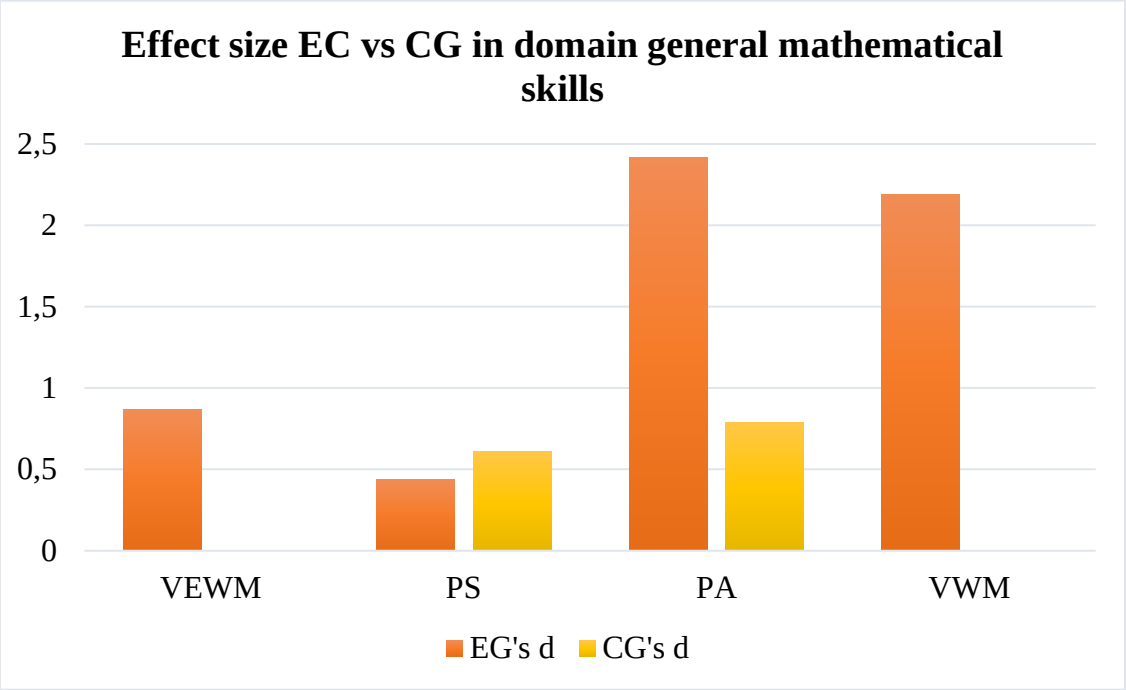
Contingency table for pupils in the EG classified as At Risk and Not at Risk before and after the intervention

		Post-test assessment		
		Not at risk	At risk	Total
Pre-test assessment	Not at risk	12	0	12
	At risk	25	5	30
Total		37	5	42

The second hypothesis proposed that training through the apps would improve domain-general skills associated with mathematical thinking. The results showed changes in all the variables assessed in the experimental group, but only some of them improved in a statistically significant way. Specifically, significant improvements were observed in visuospatial (VEWM) and verbal working memory (VWM), processing speed (PS), and phonological awareness (PA), whereas no significant changes were found in shifting or inhibition. The effect-size analysis showed that the improvement was notable in VEWM, VWM, and PA, with large effect sizes, whereas the effect size for PS was small. In comparison with the control group, the latter obtained a smaller or non-existent effect size in the domain-general skills, except for processing speed (Figure 3).

Figure 3.

Differences in effect size in domain-general mathematical skills



The third hypothesis proposed that changes in mathematical competence would be related to changes in domain-general skills. The regression analyses conducted at pre-test and post-test showed that, in the experimental group, early mathematical competence was mainly explained by phonological awareness and shifting, both before and after the intervention. In the control group, by contrast, the pattern was different, with visuospatial working memory standing out at post-test as the main predictor of mathematical competence. Overall, these results indicated that early mathematical competence is related to domain-general predictors, although the pattern of association is not identical in the two groups.

The fourth hypothesis referred to pupils' future performance. To test it, the mathematics grade in the school year following the intervention was used as the criterion. The results showed that 92.5% of pupils in the experimental group passed mathematics the following year, whereas 7.5% failed. The contingency table showed that pupils who had

moved out of the risk range at post-test had a considerably higher probability of subsequently passing mathematics, whereas failure was concentrated to a greater extent among those who remained at risk (Table 3). Thus, moving out of the risk range after the intervention was associated with better subsequent mathematical performance.

Table 3.

Contingency table for pupils in the EG classified as At Risk and Not at Risk at post-test compared with grades in the following school year

		Grade status in Year 1 of Primary		
		Passed	Failed	Total
Post-test assessment	Not at risk	34	1	35 (87.5%)
	At risk	3	2	5 (12.5%)
Total		37 (92.5%)	3 (7.5%)	40 (100%)

Discussion

The results obtained show that the app-based intervention design using Psicomates-Kids 1 and 2 constitutes an effective resource for improving early mathematical competence and several domain-general predictors, as it was built upon a solid theoretical basis concerning effective technology-based interventions in Early Childhood Education (Aragón et al., 2021; De Smedt et al., 2013; LeFevre et al., 2022). The design of the apps is aligned with a multidimensional conception of early mathematical competence, in which counting, magnitude, basic operations, number line, and decomposition skills are integrated together with logical processes such as seriation and classification (Aragón et al., 2021; De Smedt et al., 2013; LeFevre et al., 2022).

Regarding the first hypothesis, it is concluded that training through the apps is associated with significant and large-magnitude improvements in the experimental

group. From a global perspective, the increase in the total TEDI-MATH score suggests that the intervention broadly strengthened the set of basic numerical skills and not only isolated aspects, in line with models that conceive early mathematical competence as a multidimensional construct (Aragón et al., 2021; Clements & Sarama, 2020; Geary, 2011; Jordan & Dyson, 2025; Von Aster & Shalev, 2007). In addition, the reduction in the number of pupils at risk after the intervention is particularly relevant, since initial difficulties tend to become consolidated and amplified over time. Therefore, intervening in specific subdomains before the beginning of compulsory schooling may function as a strategy for educational equity (Balıkcı & Melekoglu, 2020; Geary, 2004; Jordan & Devlin, 2023; Licastro et al., 2025; Penner et al., 2019).

The second hypothesis is partially confirmed. Early mathematical competence constitutes a complex system in which domain-specific and domain-general components converge (Aragón et al., 2021; Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Dvoinin & Trotskaya, 2022; Geary, 2013). The pattern of results suggests that the apps acted upon the different skills and that, in addition to improving mathematical competence, they produced clear improvements in visuospatial working memory, phonological awareness, and verbal working memory. However, the effects on shifting and inhibition were more modest, which suggests the advisability of reinforcing and extending executive-function training if more marked changes in these cognitive predictors are to be produced (Ng et al., 2015; ten Braak et al., 2022).

The third hypothesis indicates that the results provide relevant information on the cognitive architecture of early mathematical competence. In the experimental group, phonological awareness and shifting emerged as relevant predictors of mathematical competence both before and after the intervention. This suggests that the observed improvement cannot be explained solely by the direct training of numerical content, but

also by the activation and strengthening of cognitive processes that support mathematical learning (Aragón et al., 2021; Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Dvoinin & Trotskaya, 2022; Geary, 2013). By contrast, the control group showed a pattern similar to that of the experimental group at pre-test and a different pattern at post-test. This difference suggests that the spontaneous development of cognitive skills without directed training may have a more limited and less predictable impact. Thus, early mathematical competence is interpreted as a complex architecture supported by diverse cognitive resources.

With regard to the fourth hypothesis, it is confirmed with qualifications. The fact that pupils who were no longer in the risk range after the intervention had a much higher probability of passing mathematics the following year is interpreted as an indication of a protective effect of the training on later performance, in line with the literature highlighting the predictive value of early mathematical competences and response-to-intervention models (Duncan et al., 2007; Grégoire et al., 2015; Licastro et al., 2025; Morgan et al., 2009). Nevertheless, it should be noted that the sample size requires these findings to be interpreted with caution.

Overall, the programme can be considered an effective resource not only for improving early mathematical competence and several domain-general predictors, but also as a proposal aligned with the characteristics attributed in the literature to effective technology-based interventions in Early Childhood Education (Aragón et al., 2021; De Smedt et al., 2013; LeFevre et al., 2022). Each application is linked to a specific precursor described as central in the literature; for example, *Rapicuenta* trains subitising and the rapid recognition of small quantities, whereas *Las recetas de Mamá Osa* focuses on counting by coordinating the verbal sequence, one-to-one correspondence, and cardinality (Geary et al., 2019; Jordan et al., 2009; Nguyen et al., 2016; Splinter et al.,

2024; Spaepen et al., 2018; ten Braak et al., 2022). In this way, the structure of the programme is related to research on digital interventions that combine training in specific numerical skills with tasks involving working memory, executive functions, and phonological awareness (Cary et al., 2020; Fernández-Abella et al., 2019; Mera-Cantillo et al., 2025; Outhwaite et al., 2023; Pazouki et al., 2018; Schacter & Jo, 2017; Verbruggen et al., 2021).

As a general conclusion, Psicomates-Kids 1 and 2 constitutes a structured and theoretically grounded digital intervention programme aimed at Early Childhood Education pupils who may be at risk of difficulties in mathematics. Unlike other commercial applications, the programme was designed to be integrated into the classroom, in coordination with teachers and as complementary support to ordinary teaching (Aunio et al., 2021; Clements & Sarama, 2020). Overall, the results show that the programme notably improves early mathematical competence, reduces the percentage of pupils at risk, strengthens several key cognitive predictors, and is associated with a higher probability of passing mathematics the following year among pupils who move out of the risk range.

Among the novel contributions, from a methodological point of view, the incorporation of six new app-based tasks that make up Psicomates-Kids 2 and complement previous programmes stands out (Mera et al., 2022). These tasks address phonological awareness, counting and base-10 decomposition, the phonological loop, shifting, and inhibition, and making their relationship with the predictors addressed explicit facilitates their use in other studies and contexts. From an applied point of view, this doctoral thesis offers a potentially useful tool for schools and for pupils with difficulties, and provides guidance for the design of early digital interventions and for teacher training in the preventive use of technology (Haßler et al., 2015; Mera-Cantillo et al.,

2025; OECD, 2023a, 2023b; Outhwaite et al., 2023; Schacter & Jo, 2017; UNESCO, 2023).

Several limitations are also acknowledged. These include the sample size, which requires some results to be interpreted with caution; limitations in some of the tasks used to assess executive functions, which may capture only part of the complexity of these constructs; and the fact that the follow-up of later performance was based on the mathematics grade without equivalent measures being available for all groups or standardised medium-term tests (Friedman & Miyake, 2017; Licastro et al., 2025; Morgan et al., 2009; Miyake et al., 2000). Furthermore, variables such as pupils' adherence to the intervention, the adaptations made, teachers' attitudes, and family support are not explored in depth. As future lines of research, it is proposed to replicate the study with larger and more heterogeneous samples, to use more robust experimental designs, to incorporate additional follow-up measures, to intensify training targeting executive functions, and to further analyse interaction with the apps and the role of teachers and families in the implementation of the programme.

Capítulo 1. Introducción

Importancia de las Matemáticas

Las matemáticas constituyen una de las competencias clave para desenvolverse en la sociedad actual, caracterizada por el manejo de abundante información, la toma de decisiones y la necesidad de interpretar datos en diferentes formatos (Díez-Palomar et al., 2023; Pickering et al., 2025). En la vida cotidiana, las matemáticas están presentes en numerosas actividades; desde la preparación de recetas o interpretación de horarios, hasta la administración económica (Díez-Palomar et al., 2023; Pickering et al., 2025). Más allá de estas situaciones cotidianas, el pensamiento matemático permite desarrollar capacidades de razonamiento lógico, abstracción, análisis y resolución de problemas, que son transferibles a distintos ámbitos del conocimiento y de la vida profesional (Gula & Lovric, 2024; Sehrawat, 2024). Estas competencias se consideran esenciales en la sociedad del siglo XXI, ya que la economía global y la mayoría de las profesiones dependen cada vez más de la gestión de datos, la modelización de procesos y la capacidad de tomar decisiones basadas en evidencias (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OECD], 2023a, 2023b).

Por tanto, la relevancia de la competencia matemática no se limita al ámbito escolar, sino que está estrechamente vinculada a la inclusión social y al bienestar personal (OECD, 2023a; 2023b). La falta de habilidades matemáticas puede convertirse en un factor de exclusión al limitar las oportunidades laborales y reducir la capacidad de participar de forma activa en la vida cívica, en un contexto donde comprender estadísticas, encuestas o información financiera resulta indispensable (OECD, 2023b). En este sentido, un bajo nivel de competencia matemática en adultos se asocia con dificultades en la gestión económica personal y con una menor resiliencia ante cambios en el mercado laboral (Mehaan et al., 2023; OECD, 2023a, 2023b). El reciente informe

de la OECD advierte que una gran proporción de adolescentes carece de estas habilidades, incluso en países con altos ingresos, lo que evidencia la importancia de fortalecerlas desde edades tempranas (OECD, 2023b). Esta relación refuerza la necesidad de comprender las matemáticas no solo como un área o competencia académica, sino como una herramienta para la autonomía, la equidad y la participación plena en la sociedad (Jordan et al., 2022).

Comprender la relevancia de las matemáticas en la sociedad actual exige analizar también cómo se reflejan estas competencias en el rendimiento del alumnado español y qué retos plantea el contexto educativo nacional. El desempeño en matemáticas del alumnado español ha sido objeto de atención recurrente en informes internacionales que evalúan las competencias básicas de los estudiantes (OECD, 2023b). Los resultados de PISA 2022 muestran que España obtuvo 473 puntos en matemáticas, solo un punto por encima de la media de la OECD (472), lo que refleja un nivel de rendimiento equivalente al promedio internacional, pero insuficiente para situarse en posiciones de liderazgo educativo (OECD, 2023b). Este dato, lejos de ser aislado, confirma una tendencia sostenida en la que España permanece en una franja intermedia y sin progresos significativos desde las primeras ediciones del estudio. Si se comparan los datos con evaluaciones previas, se observa una caída de 8 puntos respecto a PISA 2018, constituyendo el peor resultado histórico del país desde el año 2000 (OECD, 2023b). Aunque el descenso fue menor que la media de la OECD (–17 puntos), los resultados continúan evidenciando deficiencias estructurales en el sistema educativo español en relación con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (OECD, 2023b).

Las diferencias a nivel nacional entre las distintas comunidades autónomas españolas también resultan significativas. Informes nacionales y regionales revelan que existen brechas entre comunidades autónomas, con regiones como Castilla y León o

Asturias situándose en posiciones cercanas a las de los países de mayor rendimiento, mientras que otras como Baleares y Andalucía se mantienen en las posiciones más bajas (Cordero et al., 2024). Además, se ha constatado un incremento en la brecha de género: en el estudio TIMSS 2023, los niños superaron a las niñas en matemáticas con una diferencia de 18 puntos, fenómeno que refleja desigualdades persistentes que afectan especialmente a las alumnas (INEE, 2024).

Más allá del nivel escolar, los datos sobre competencias matemáticas en la población adulta refuerzan esta preocupación: el informe Programa para la Evaluación Internacional de las competencias de la población adulta (PIAAC, 2023) de la OECD advierte que casi un tercio de los españoles entre 16 y 65 años solo alcanza nociones básicas de matemáticas y presenta dificultades para aplicar estas habilidades en contextos cotidianos y laborales (OECD, 2023a). Esta debilidad en la competencia matemática en adultos sugiere que las carencias en la formación inicial se arrastran a lo largo de la vida, limitando la empleabilidad y la capacidad de adaptación a una sociedad basada en el conocimiento y la digitalización (OECD, 2023a; 2023b). Estos resultados no solo reflejan la situación actual, sino que parten de una historia de aprendizaje previo: numerosas investigaciones indican que muchas dificultades en matemáticas se gestan en etapas tempranas del desarrollo, lo que resalta la importancia del desarrollo matemático temprano (Akhavein et al., 2023; Hidayah & Retnawati 2024). Este desarrollo temprano de las habilidades matemáticas, además, constituye un factor determinante para el éxito académico posterior (Hidayah & Retnawati 2024; Liu et al., 2025; ten Braak et al., 2022). Diversas investigaciones han mostrado que un buen nivel de competencia matemática en la infancia se asocia con un mejor desempeño en múltiples áreas, incluidas las ciencias, las humanidades y las artes, lo que convierte a las matemáticas en una puerta de entrada al aprendizaje en general (Sehrawat, 2024;

Morgan et al., 2016). Este carácter transversal explica que los sistemas educativos consideren las matemáticas como un área prioritaria desde los primeros años de escolarización (Society for Research in Child Development, 2021).

En consecuencia a esta prioridad educativa, la investigación ha buscado identificar las competencias nucleares que sustentan el aprendizaje posterior. En el ámbito de las matemáticas tempranas se destaca el estudio durante muchos años sobre el denominado sentido numérico, que integra la comprensión de los números, las relaciones numéricas y las operaciones básicas (Jordan et al., 2022). Estos componentes, analizados de manera conjunta, predicen de forma significativa el rendimiento futuro en matemáticas y en otras áreas cognitivas (Beliakoff et al., 2025; Jordan et al., 2022; Liu et al., 2025). La solidez de estas competencias iniciales no solo facilita el aprendizaje de contenidos más avanzados, sino que también refuerza procesos cognitivos generales como la memoria de trabajo, la planificación y el pensamiento lógico (Pickering et al., 2025; Sehrawat, 2024; ten Braak et al., 2022). Cabe señalar que el concepto de sentido numérico ha evolucionado desde enfoques centrados en la estimación y discriminación aproximada de cantidades hacia modelos más integradores que distinguen y articulan componentes simbólicos y no simbólicos, enfatizan el trabajo con cantidades exactas y reconocen tanto la plasticidad del sistema como las limitaciones de algunas medidas clásicas (como la comparación de puntos) por su dependencia de procesos ejecutivos (Jordan et al., 2022; Liu et al., 2024; Park et al., 2024; Rodríguez & Ferreira, 2023).

El aprendizaje temprano de las matemáticas puede generar, además, un fenómeno conocido como “efecto Mateo”, según el cual las personas con un desarrollo matemático sólido en etapas iniciales tienden a avanzar con mayor rapidez en niveles posteriores, mientras que aquellas con dificultades tempranas corren el riesgo de quedar rezagadas de manera persistente (Larsen & Little, 2021; ten Braak et al., 2022). La

investigación ha demostrado que las dificultades matemáticas suelen manifestarse a edades tempranas y tienden a mantenerse en el tiempo, lo que incrementa las desigualdades entre el alumnado y hace más difícil compensar las carencias en etapas educativas superiores (Beliakoff et al., 2025; Gesuelli et al, 2025; Liu et al., 2025). Por ello, se destaca la necesidad de intervenciones educativas tempranas que fortalezcan las competencias matemáticas en los primeros años. Estas medidas resultan especialmente relevantes en contextos de desigualdad social, donde el acceso limitado a recursos educativos de calidad agrava la brecha en el aprendizaje (Raudenbush et al., 2020). Una instrucción temprana, estructurada y adaptada a las necesidades de cada alumno puede no solo mejorar el rendimiento académico a corto plazo, sino también contribuir a la equidad y a la adaptación social a largo plazo (OECD, 2023b).

Para comprender la relevancia del aprendizaje temprano, es necesario revisar en primer lugar los diferentes enfoques teóricos y aportaciones científicas que explican cómo se construye y consolida el conocimiento y su relación con la competencia matemática.

Enfoques Teóricos del Aprendizaje y Aportaciones Científicas

Enfoques Constructivistas del Aprendizaje

Diversos autores han desarrollado teorías que han aportado marcos explicativos fundamentales sobre cómo se desarrolla el aprendizaje en el ser humano. El constructivismo es una corriente teórica que sostiene que el conocimiento no se recibe de manera pasiva, sino que se construye activamente mediante la interacción entre el individuo y su entorno (Piaget, 1970). Existen diferentes autores vinculados a esta corriente. Entre los más relevantes se encuentran Jean Piaget, Lev Vygotsky, Jerome Bruner y David Ausubel. Cada uno de ellos contribuyó con diferentes conceptos, como la teoría del desarrollo cognitivo basadas en etapas del pensamiento infantil, la importancia de la interacción social y la Zona de Desarrollo Próximo, o la importancia de los conocimientos previos para la construcción de los nuevos. A continuación, se describen algunos de estos enfoques, sus aportaciones más relevantes y su contribución específica al entendimiento del aprendizaje matemático.

Teoría del Desarrollo Cognitivo: Piaget

La teoría del desarrollo cognitivo de Piaget constituye un marco constructivista que explica cómo los niños construyen activamente el conocimiento mediante la interacción con el entorno, reorganizando sus estructuras mentales a través de procesos de adaptación (Hanfstingl et al., 2022). Esta adaptación se lleva a cabo a través de dos mecanismos complementarios (asimilación y acomodación) cuyo equilibrio dinámico impulsa el cambio cognitivo y la transición entre formas de pensamiento (Hanfstingl et al., 2022).

Dentro de esta perspectiva, Piaget propuso que el desarrollo cognitivo avanza a través de una secuencia invariante de estadios cualitativamente distintos (sensoriomotor,

preoperacional, operaciones concretas y operaciones formales) que reflejan reorganizaciones estructurales del pensamiento (Malik & Marwaha, 2020):

- En el estadio sensoriomotor (entre los 0–2 años aproximadamente), el conocimiento se construye a partir de la acción y la percepción, emergiendo hitos como la permanencia del objeto y las primeras representaciones, que preparan la transición hacia formas simbólicas de pensamiento (Baillargeon & DeVos 1991; Malik & Marwaha, 2020).
- El estadio preoperacional (entre los 2–7 años aproximadamente) se caracteriza por el uso del símbolo y del lenguaje, junto con limitaciones como la centración y el egocentrismo cognitivo, que dificultan la coordinación de múltiples puntos de vista (Malik & Marwaha, 2020).
- En el estadio de operaciones concretas (entre los 7–11 años aproximadamente), los niños y las niñas logran la reversibilidad y la descentración, adquiriendo nociones de conservación y pensamiento lógico aplicado a situaciones concretas (Malik & Marwaha, 2020).
- Finalmente, en el estadio de operaciones formales (desde la adolescencia), surgen el razonamiento hipotético-deductivo y el pensamiento abstracto, ampliando la capacidad para manejar posibilidades, proposiciones y sistemas formales (Malik & Marwaha, 2020).

Evidencias recientes han ajustado la dimensión cronológica de esta teoría, indicando que ciertos prerrequisitos representacionales emergen antes de lo planteado por Piaget, como lo muestra el paradigma de violación de la expectativa (VOE) en relación con la permanencia del objeto durante el primer año de vida (Baillargeon & DeVos 1991; Paulus, 2022). El VOE se ha consolidado como un paradigma central en la

psicología del desarrollo para estudiar los conocimientos tempranos de los lactantes. Este enfoque se basa en el tiempo de mirada diferencial ante eventos posibles e imposibles, interpretándose que los bebés miran más cuando un resultado viola sus expectativas sobre el mundo físico (Margoni et al., 2024). Aplicado a la permanencia del objeto, el VOE ha mostrado que bebés de tan solo 3,5 a 4,5 meses ya reconocen la existencia continua de los objetos (Baillargeon, 1987; Baillargeon et al., 1985). En el clásico experimento del puente levadizo, los lactantes miraron más tiempo cuando una pantalla parecía atravesar una caja oculta, lo que sugiere que ya concebían la permanencia del objeto mucho antes de lo propuesto por Piaget (Baillargeon, 1987; Baillargeon et al., 1985). Otros estudios con objetos como el de las zanahorias altas que no se ven tras una ventana, cuando se es esperado que se vea, o el de coches que cruzan barreras, han reforzado estos hallazgos, mostrando que los bebés no solo representan la existencia, sino también las propiedades espaciales y físicas de los objetos ocultos (Baillargeon & DeVos, 1991). Investigaciones recientes han ampliado el uso del VOE, mostrando que las violaciones de expectativas no solo generan sorpresa, sino que también impulsan procesos de exploración y búsqueda de explicaciones en los lactantes (Pérez & Feigenson, 2021). Además, se ha discutido la validez de constructo de este método, con evidencias que apoyan su capacidad para revelar representaciones cognitivas tempranas (Stahl & Kibbe, 2022), aunque también persisten críticas que sugieren que los efectos podrían deberse a preferencias perceptivas más que a razonamiento conceptual (Paulus, 2022; Rivera et al., 1999).

A la vez, persiste el debate metodológico acerca de la validez y los límites de estos paradigmas y su relación con la acción manifiesta en tareas clásicas, lo que obliga a interpretar con cautela los hallazgos sobre la temporalidad en la que se alcanzan los diferentes hitos (Kibbe & Stahl, 2022; Paulus, 2022). Estas revisiones no invalidan el

enfoque constructivista, sino que subrayan que el progreso cognitivo resulta de la autorregulación entre asimilación y acomodación bajo condiciones de desequilibrio cognitivo que demandan reorganizaciones sucesivas (Hanfstingl et al., 2022).

La noción de estadios se ha reinterpretado en marcos actuales: en lugar de escalones rígidos, se propone una variabilidad graduada en la que coexisten múltiples estrategias, coherente con modelos de cambio que enfatizan el carácter difuminado de las transiciones (Winstanley, 2022). En esta línea, las revisiones de la literatura transcultural sobre las teorías del desarrollo cognitivo sugieren cautela al asumir una invariancia estricta en la cronología, como la edad de adquisición, de los logros piagetianos: aunque la secuencia cualitativa de los procesos o etapas suele replicarse, la edad de adquisición y el desempeño en tareas piagetianas varían en función de factores socioculturales, educativos y de la propia situación de evaluación (Dasen, 2022; Miller, 2016).

Aunque Piaget aportó al cognitivismo conceptos como el de estructuras cognitivas y estadios, su enfoque no abordaba de forma explícita los mecanismos internos que limitan la capacidad de atención y procesamiento. En este sentido, Juan Pascual-Leone (1970), discípulo directo de Piaget, partiendo de la teoría piagetiana, formula la Teoría de los Operadores Constructivos (*Theory of Constructive Operators*, TCO), un modelo neo-piagetiano que cuantifica el crecimiento de la atención mental en números simbólicos procesables a lo largo del desarrollo, estimando que los niños incrementan en una unidad esta capacidad cada dos años aproximadamente hasta alcanzar alrededor de siete unidades en la adolescencia (Pascual-Leone, 1970, 1984). Este enfoque, con una perspectiva causal-organísmica “desde dentro”, permite explicar cómo el desarrollo cognitivo no es solo estructural (como señala Piaget), sino también

dinámico y limitado por procesos mentales específicos (Arsalidou et al., 2010; Pascual-Leone, 2013).

Las propuestas neo-piagetianas integran el constructivismo con hallazgos de las ciencias cognitivas, destacando que las transformaciones cualitativas se apoyan en cambios cuantitativos de capacidad y control (como la memoria de trabajo, la velocidad de procesamiento y las funciones ejecutivas) que limitan la complejidad de las estructuras que pueden coordinarse a cada edad (Cowan, 2022; Demetriou et al., 2022). Desde este enfoque, el desarrollo progresa en ciclos con prioridades cambiantes, por ejemplo, en el control atencional, la inferencia o en la metacognición, ofreciendo un puente entre las estructuras piagetianas y los mecanismos de procesamiento que las sostienen (Demetriou et al., 2022). En educación, la teoría de Piaget sigue siendo influyente: provocar de manera deliberada ciertos desequilibrios cognitivos favorece el proceso de reconstrucción conceptual, y los itinerarios didácticos deben alinearse con las posibilidades representacionales de cada estadio para promover la capacidad del alumnado de pensar por sí mismo y construir activamente el conocimiento (Çibukçiu, 2025; Miller, 2016). Así, la literatura reconoce su valor heurístico (el aprendizaje como construcción activa y autorregulada) y, al mismo tiempo, la complementa con evidencias recientes que precisan edades, variabilidad interindividual e influencia del contexto sin renunciar a la idea de reorganización cualitativa del pensamiento (Demetriou et al., 2022; Hanfstingl et al., 2022; Winstanley, 2022).

La teoría del desarrollo cognitivo de Piaget ha servido como base para comprender cómo los niños y las niñas adquieren y construyen conceptos matemáticos desde las primeras etapas del desarrollo, enfatizando que el aprendizaje surge de la acción y la interacción con el entorno (Nunes & Bryant, 2021). En la Tabla 1 se

encuentran resumidas las principales características relevantes para el aprendizaje matemático y en qué estadio y edad aproximada se producen.

Tabla 1.

Estadios del desarrollo cognitivo de Piaget y su relación con el aprendizaje matemático

Estadio	**Edad aproximada**	**Características relevantes para el aprendizaje matemático**
Sensorial-motriz	0-2 años	Conocimiento basado en la acción física y la manipulación directa. Se desarrolla el sentido del número a través de la experiencia perceptiva.
Preoperacional	2-7 años	Pensamiento egocéntrico, dificultad para conservar cantidades. Comienzo del conteo, seriación, clasificación.
Operaciones concretas	7-11 años	Se consolida la capacidad para conservar cantidades, comprender la reversibilidad, realizar operaciones básicas. Razonamiento lógico aplicado a objetos concretos.
Operaciones formales	11 años en adelante	Pensamiento abstracto, capacidad de formular hipótesis, razonar el uso de símbolos para realizar operaciones.

Nota. Adaptado de *Modelo del desarrollo cognoscitivo de Piaget*, por R. Feldman, 2007, Pearson

En el estadio sensoriomotor, la manipulación de objetos y la exploración perceptiva permiten establecer nociones precursoras de cantidad, seriación y clasificación, que constituyen los cimientos del razonamiento matemático (Whitehead & Hawes, 2023). La permanencia del objeto, central en esta etapa, anticipa la comprensión de la conservación numérica y la estabilidad de las cantidades, aun cuando varíe su disposición espacial (Baillargeon & DeVos 1991).

Durante el periodo preoperacional, los niños y las niñas muestran un interés creciente por el conteo y la simbolización, pero su razonamiento se ve limitado por la

centración y el egocentrismo cognitivo, lo que genera dificultades en tareas de conservación numérica y medida (Malik & Marwaha, 2020). Los estudios actuales señalan que la adquisición temprana del conteo y de las correspondencias uno a uno no siempre garantiza comprensión conceptual, reforzando la importancia de experiencias manipulativas y representacionales (Whitehead & Hawes, 2023).

En las operaciones concretas, se logra coordinar la reversibilidad y la descentración, alcanzando la conservación de número, cantidad y volumen, lo que hace posible la construcción de nociones aritméticas más complejas (Malik & Marwaha, 2020). La transición hacia estas habilidades ha sido confirmada en investigaciones más recientes que muestran cómo el razonamiento lógico-matemático se consolida al aplicar reglas de clasificación y seriación en contextos de resolución de problemas (Baroody et al., 2006). La clasificación constituye una habilidad fundamental que permite la agrupación de objetos según atributos comunes, como el color, la forma o el tamaño, y forma parte del pensamiento lógico-inclusivo que posibilita la comprensión de nociones como conjunto, pertenencia e inclusión (Piaget & Szeminska, 1952). Según Piaget, las actividades de clasificación preparan la estructura cognitiva necesaria para entender que los números representan colecciones de elementos, permitiendo transitar desde un pensamiento perceptivo hacia uno más abstracto (Kamii, 1982).

Por otro lado, la seriación se refiere a la capacidad de ordenar elementos siguiendo un criterio cuantificable, como la longitud o la cantidad. Esta capacidad está estrechamente relacionada con la comprensión del orden de los números, ya que permite establecer relaciones de “mayor que” o “menor que” entre cantidades (Piaget & Szeminska, 1952). A través de la seriación, se desarrollan nociones fundamentales como la secuencia, el intervalo y la regularidad, relevantes para la construcción del concepto numérico (Clements & Sarama, 2020).

Ambas operaciones (clasificación y seriación) emergen típicamente durante el estadio preoperacional y se consolidan en el de las operaciones concretas, entre los 7 y 11 años (Feldman, 2007). Es en esta etapa donde los niños y las niñas comienzan a aplicar estas operaciones de manera lógica, permitiéndoles establecer relaciones entre conjuntos, comprender la conservación del número y manipular representaciones simbólicas de manera más efectiva (Piaget & Inhelder, 1975; Nunes & Bryant, 2021).

Aunque Piaget planteó que el pensamiento formal surge en la adolescencia, la investigación actual demuestra que ciertas formas de razonamiento abstracto aparecen de manera gradual y son sensibles al contexto educativo, lo que cuestiona la rigidez de los estadios (Winstanley, 2022). En particular, la enseñanza de las matemáticas de manera temprana basada en el constructivismo piagetiano recomienda situar a las personas en la infancia en experiencias de desequilibrio cognitivo que lo impulsen a reorganizar sus esquemas de número y cantidad (Çibukçiu, 2025). Los enfoques actuales integran la teoría piagetiana con hallazgos sobre cognición numérica innata, mostrando que los bebés ya poseen una sensibilidad aproximada a la magnitud, la cual se refina con la experiencia cultural y escolar (Hyde, 2023). Esta perspectiva combinada sugiere que el aprendizaje matemático temprano no depende exclusivamente de la maduración de estructuras lógicas, sino también de la interacción entre las predisposiciones cognitivas, las prácticas sociales y la mediación educativa (Nunes & Bryant, 2021; Whitehead & Hawes, 2023).

Respecto a las teorías neo-piagetianas, la teoría de Pascual-Leone ha sido aplicada directamente al estudio del aprendizaje matemático temprano, en particular en tareas de conservación numérica, conteo y resolución de problemas aritméticos básicos (Arsalidou & Pascual-Leone, 2016). Al considerar la capacidad de atención mental como un recurso limitado, su modelo explica por qué niños y niñas más pequeñas

encuentran dificultades al coordinar múltiples operaciones numéricas de manera simultánea: no porque carezcan de estructuras lógicas, como planteaba Piaget, sino porque su capacidad de atención aún no permite sostener varias representaciones activas a la vez (Arsalidou & Pascual-Leone, 2016; Pascual-Leone, 1984). Esta perspectiva resulta útil para diseñar intervenciones educativas que gradúen la carga cognitiva y ajusten la complejidad de las tareas matemáticas al nivel de atención disponible en cada etapa del desarrollo. En este sentido, el modelo neo-piagetiano de Pascual-Leone complementa la teoría piagetiana al ofrecer criterios más precisos sobre la progresión del razonamiento matemático temprano y sus limitaciones cognitivas (Arsalidou & Pascual-Leone, 2016).

En resumen, la teoría de Piaget y las aportaciones neo-piagetianas constituyen un marco fundamental para entender cómo se construyen los conceptos matemáticos en la infancia, resaltando la importancia de las experiencias concretas y manipulativas, al tiempo que la evidencia reciente matiza la edad y la naturaleza de estos logros, integrando tanto factores biológicos como socioculturales en la comprensión del desarrollo matemático temprano (Baroody et al., 2006; Hyde, 2023; Nunes & Bryant, 2021).

Teoría Sociocultural: Vygotsky

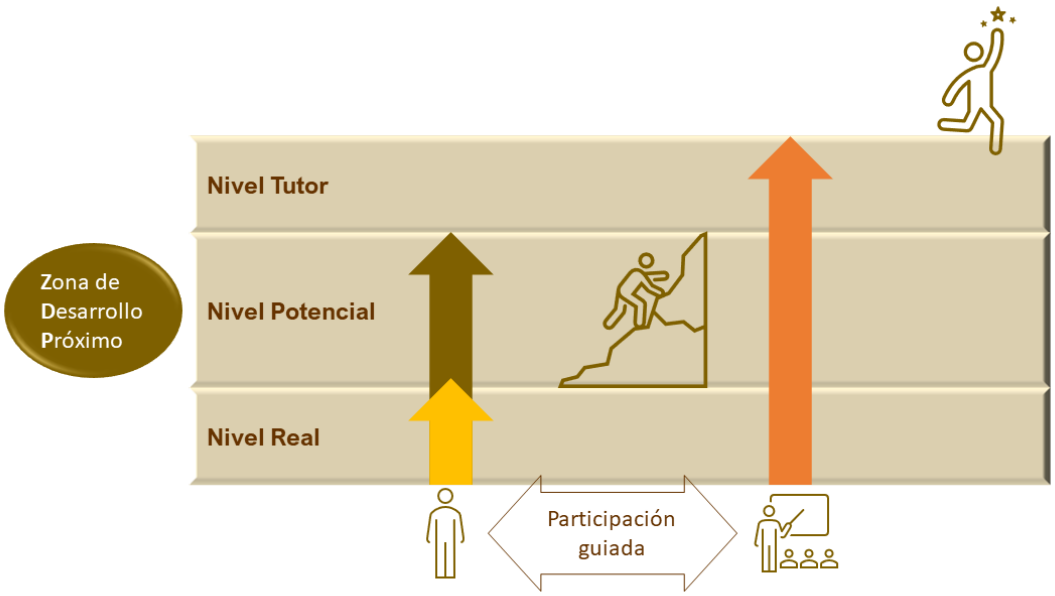
Mientras que Piaget se centró en la construcción individual del conocimiento, Vygotsky (1978) subrayó el papel decisivo de la interacción social y cultural, planteando en su teoría sociocultural que el aprendizaje es un proceso inseparable del contexto social y cultural en el que ocurre. Según esta perspectiva, las funciones psicológicas se construyen en la interacción con los demás y posteriormente se internalizan, transformándose en herramientas del pensamiento (Fernyhough & Borghi, 2023).

El lenguaje constituye el principal mediador en este proceso; Vygotski lo describe como un instrumento cultural que permite organizar la experiencia, regular la conducta y facilitar la comunicación (Vygotsky, 1978). La transición del lenguaje social al interno pasa por la fase de habla privada, donde el discurso en voz baja o susurrada es usado para guiar las acciones (Fernyhough & Borghi, 2023). Investigaciones recientes corroboran la relevancia de este fenómeno: el habla privada mejora el rendimiento cognitivo en la adultez temprana y apoya el aprendizaje de segundas lenguas, mostrando incluso correlatos neuronales específicos (Guo & Dobkins, 2023; Jiang et al., 2025).

En su teoría, Vygotski formuló el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), definida como la distancia entre el nivel de desarrollo real (determinado por la capacidad de resolver problemas de manera independiente) y el nivel de desarrollo potencial, es decir, aquello que quién aprende puede alcanzar con la mediación de una persona adulta o un par más competente (Vygotsky, 1978). Este constructo, representado en la Figura 1, resalta la importancia de la enseñanza ajustada al nivel del estudiante y ha inspirado modelos educativos centrados en el aprendizaje colaborativo y el andamiaje (entendido como la provisión de apoyos temporales que se retiran gradualmente a medida que quién aprende consigue autonomía) (Sellberg et al., 2021; Zaretsky, 2024). Se ha explorado la efectividad de diferentes formas de andamiaje. Por ejemplo, el andamiaje conceptual, basado en la clarificación de ideas, ejemplos significativos y explicaciones adaptadas, resulta especialmente eficaz en entornos presenciales y virtuales (Yu et al., 2024). De hecho, en educación mediada por tecnologías digitales, el andamiaje no solo favorece la adquisición de conocimientos, sino que también potencia el aprendizaje colaborativo *online*, fortaleciendo la regulación compartida entre pares (Zuo et al., 2023).

Figura 1.

Esquema del concepto de Zona de Desarrollo Próximo



En estrecha relación con la ZDP, ha cobrado relevancia la evaluación dinámica (*Dynamic Assesment*, DA), que busca estimar el potencial de aprendizaje del estudiantado a través de la interacción, la mediación y el *feedback* durante la evaluación (Xia et al., 2024). A diferencia de las pruebas tradicionales, la DA no se limita a medir lo que el alumnado ya sabe, sino que analiza cómo responde al apoyo y lo rápido que puede progresar (Xia et al., 2024). Esta forma de evaluación es especialmente útil a la hora de identificar dificultades lingüísticas y en la lectura, ya que ofrece un panorama más sensible a las diferencias culturales y lingüísticas que la evaluación estática (Wood et al., 2024; Xia et al., 2024).

Otro aspecto importante de la teoría sociocultural es el estudio de la colaboración entre pares. La interacción con otros estudiantes no solo permite compartir conocimientos, sino que también favorece procesos de regulación conjunta, negociación

de significados y construcción compartida de soluciones (Vygotsky, 1978). Se ha identificado factores que determinan el éxito de la colaboración, como la claridad de objetivos, la distribución de roles, la responsabilidad compartida y la mediación contingente por parte del docente (Baucal et al., 2023). En el caso de la Educación Infantil, se ha observado que las intervenciones orientadas a promover la colaboración tienen resultados mixtos, dependiendo en gran medida del diseño instruccional y del acompañamiento adulto (Burns et al., 2024).

Más allá del ámbito estrictamente cognitivo, la teoría sociocultural también incorpora la dimensión afectiva y cultural del aprendizaje. Vygotski introdujo el concepto de *perezhivanie*, que describe la experiencia vivida como unidad que integra lo emocional y lo cognitivo en contextos situados (Veresov, 2017). Actualmente, en la investigación se ha retomado este constructo para analizar la motivación y el aprendizaje en segundas lenguas, mostrando cómo las emociones, las creencias culturales y la interacción social influyen en la apropiación del conocimiento (Kim, 2021; Ng, 2024). Se sostiene que el aprendizaje a lo largo de la vida debe entenderse como un proceso situado, dinámico y mediado por la cultura, donde el individuo se transforma a la par que transforma su entorno (Grossen et al., 2021).

La teoría sociocultural de Vygotski ofrece un marco fundamental para comprender cómo se desarrolla el pensamiento matemático en la infancia sugiriendo que el aprendizaje no es simplemente un proceso individual, sino una construcción compartida mediada por el lenguaje, los signos culturales y las prácticas sociales del entorno (Clements & Sarama, 2020; Meylani 2024). De este modo, en la niñez se desarrollan habilidades matemáticas cuando se participa activamente en situaciones de resolución de problemas junto a otros, especialmente si estas situaciones están mediadas por herramientas culturales como representaciones visuales, materiales concretos o

software educativo interactivo (Mercer & Sams, 2006; Santos-Trigo, 2024; van Oers, 2012). Así, el aprendizaje matemático temprano se concibe como un proceso mediado socialmente, donde las herramientas culturales, como los números, los símbolos o los objetos manipulativos, funcionan como mediadores cognitivos (Fried, 2021).

Un aspecto central de esta relación es la ZDP, que permite entender cómo los niños y las niñas avanzan en la resolución de problemas matemáticos con apoyo (Bruner, 1983; Daniels, 2016). El trabajo en la ZDP, mediante la mediación docente o la colaboración entre pares, favorece el desarrollo de nociones numéricas, la comprensión de patrones y la resolución de problemas no rutinarios, incluso a edades tempranas (Clements & Sarama, 2020).

El andamiaje desempeña un papel decisivo en la construcción del conocimiento matemático (Wood et al., 1976; Hammond & Gibbons, 2005; Rietveld et al. 2018). Estrategias como la formulación de preguntas abiertas, el uso de representaciones múltiples y la introducción gradual de conceptos abstractos permiten al infante conectar sus experiencias cotidianas con ideas matemáticas más complejas (Clements et al., 2023). Un andamiaje sensible y contingente en matemáticas tempranas mejora significativamente la comprensión de conceptos como la cardinalidad, la seriación y las operaciones básicas (Clements et al., 2023).

Asimismo, el énfasis del enfoque sociocultural en el lenguaje como mediador es especialmente relevante para las matemáticas. El intercambio verbal durante la resolución de problemas no solo apoya la construcción de significados, sino que también facilita el tránsito desde estrategias concretas hacia formas de razonamiento abstracto (Mercer & Sams, 2006; Silver et al., 2024). La evidencia muestra que las conversaciones matemáticas en el aula (por ejemplo, al justificar una respuesta o

explicar un procedimiento) fortalecen el pensamiento algebraico emergente en la infancia (Schoenfeld, 2023).

La teoría sociocultural también destaca la importancia del aprendizaje colaborativo en la adquisición de nociones matemáticas; en las actividades en las que los niños y niñas trabajan en pequeños grupos discuten estrategias y confrontan puntos de vista se promueve la construcción colectiva del conocimiento (Burns et al., 2024; Murphy et al., 2025). En contextos de educación infantil, la colaboración estructurada favorece la comprensión de operaciones aritméticas y el desarrollo del razonamiento espacial (Hunter et al., 2018; Murphy et al., 2025).

Finalmente, esta perspectiva resalta que las matemáticas se aprenden en contextos culturalmente situados donde se adquieren nociones numéricas y geométricas no solo en la escuela, sino también en la vida cotidiana a través de juegos, prácticas familiares y actividades comunitarias (Burkhardt, 2008; Meylani, 2024). Este enfoque sociocultural ha permitido replantear la enseñanza de las matemáticas tempranas, incorporando materiales culturalmente relevantes y reconociendo la diversidad de experiencias matemáticas en la infancia (Goffney et al., 2018; Meylani, 2024).

En resumen, la teoría sociocultural de Vygotski continúa siendo un marco robusto para comprender el aprendizaje. Siguen estando vigentes en la actualidad conceptos del marco como el habla privada, la ZDP, el andamiaje y la DA, además de ampliar su alcance hacia nuevas áreas como el aprendizaje digital, el bilingüismo y el ciclo vital. Estas aportaciones subrayan que el aprendizaje no puede desligarse de las interacciones sociales, la cultura y la mediación, lo que convierte a la perspectiva sociocultural en una base teórica importante para repensar la educación en contextos contemporáneos.

Teoría de los Modos de Representación: Bruner

Bruner retomó esta tradición sociocultural, pero añadió un enfoque centrado en los modos de representación del conocimiento, que permiten comprender cómo el estudiantado transita desde la acción hacia la abstracción. Bruner (1966) propuso que las personas representan el conocimiento a través de tres modos complementarios: enactivo, icónico y simbólico. Lejos de concebirlos como etapas fijas de desarrollo, Bruner los entendía como formas de representación que coexisten y pueden activarse según la tarea y el contexto educativo (Bruner, 1966; Fu & Tiong, 2025).

- El modo enactivo se vincula al aprendizaje mediante la acción: se codifica la información a través de movimientos, manipulaciones y secuencias motoras, como ocurre al experimentar en un laboratorio, montar un objeto o dramatizar una situación (Fu & Tiong, 2025). Este tipo de representación refuerza la idea de que el conocimiento no es únicamente abstracto, sino también corporal, como señalan investigaciones sobre cognición incorporada que destacan el valor del gesto y la simulación motora en la enseñanza (Alibali & Nathan, 2018; Macedonia, 2019).
- El modo icónico hace referencia a la representación a través de imágenes, esquemas o modelos, constituyendo un puente entre la acción y el pensamiento abstracto complejas (Fu & Tiong, 2025). Diagramas, mapas conceptuales y analogías visuales facilitan la comprensión de estructuras complejas (Fu & Tiong, 2025). Esta idea conecta con la teoría de la doble codificación, que subraya la eficacia de combinar estímulos verbales y visuales para mejorar la memoria y la comprensión (Clark & Paivio, 1991; Kanellopoulou et al., 2019).
- Por su parte, el modo simbólico implica el uso de sistemas formales como el lenguaje, las matemáticas o la notación musical para representar la realidad (Fu

& Tiong, 2025). Este nivel posibilita el pensamiento abstracto, la generalización y la transferencia del conocimiento, constituyendo la base de los aprendizajes formales en la escuela (Bruner, 1966).

Una de las aportaciones más relevantes de Bruner (1966) es la idea de que los tres modos no deben concebirse como fases cerradas ligadas a la edad, sino como recursos disponibles en cualquier momento. De hecho, con una adecuada mediación pedagógica, un mismo concepto puede ser abordado de manera enactiva, icónica o simbólica, y revisitado progresivamente en un proceso de currículo en espiral (Bruner, 1977; Harden, 1999). Bajo esta premisa, Bruner afirmaba que cualquier contenido fundamental puede enseñarse a cualquier edad, siempre que se adecúe el modo de representación (Bruner, 1977).

El vínculo entre estos modos y el aprendizaje por descubrimiento es igualmente relevante. Bruner defendía la necesidad de que el estudiantado se involucre activamente en la construcción del conocimiento, guiado por el profesorado a través de problemas, preguntas y materiales que faciliten el hallazgo de las estructuras subyacentes (Bruner, 1966). Esta visión se complementa con el concepto de andamiaje (ya mencionado en la teoría de Vygotsky) que describe cómo el profesor regula la dificultad de las tareas, brinda apoyos específicos (como señalar, reducir grados de libertad o controlar la frustración) y retira gradualmente la ayuda a medida que el alumnado gana autonomía (Wood et al., 1976). De manera aplicada, la investigación ha reforzado varias ideas de la teoría de Bruner: por ejemplo, la cognición encarnada ha mostrado cómo los gestos y las experiencias corporales influyen en el aprendizaje conceptual, especialmente en matemáticas y ciencias (Alibali & Nathan, 2012; Macedonia, 2019). Además, la evidencia sobre la doble codificación respalda el papel de las imágenes y los esquemas en la consolidación del conocimiento verbal (Clark & Paivio, 1991; Kanellopoulou et

al., 2019). Sin embargo, también existen limitaciones a la propuesta de Bruner. Diversos autores advierten que las estrategias de mínima guía suelen ser menos eficaces y eficientes que metodologías más explícitas y con apoyos, sobre todo en etapas iniciales (Halmo et al., 2020; Kirschner et al., 2006). Esto no invalida la visión de Bruner, sino que enfatiza la importancia del andamiaje y la instrucción graduada para equilibrar exploración y guía.

Concretamente, en el aprendizaje de las matemáticas, los postulados de Bruner sirvieron como base del método Singapur de enseñanza de esta materia (Ban Har, 2016). Esta perspectiva ofrece un marco útil para comprender cómo los niños y niñas pasan de la manipulación concreta a la representación visual y, finalmente, al pensamiento formal, acorde con las demandas del currículo de matemáticas en la escuela (Tabla 2).

- El modo enactivo cobra un papel central en los primeros acercamientos a las matemáticas, donde los niños y niñas representan el conocimiento mediante la acción y la manipulación de objetos físicos. El uso de materiales concretos, como bloques, regletas o fichas, permite al pequeño estudiantado explorar conceptos de cantidad, clasificación y operaciones básicas desde una experiencia corporal y tangible (Byrne et al., 2023). Las experiencias sensoriomotoras, como gestos y la manipulación de objetos, no solo refuerzan la comprensión de nociones numéricas, sino que también favorecen la construcción de representaciones internas más estables (Castro-Alonso et al., 2024).

- El modo icónico, que sirve como puente entre lo concreto y los abstracto, en el aprendizaje matemático temprano, se activa cuando los niños y niñas dibujan representaciones de sus operaciones con objetos, o utilizan representaciones gráficas para resolver problemas: la introducción de múltiples representaciones visuales en el aula contribuye al desarrollo de la formulación de problemas

matemáticos, incrementando la creatividad y la flexibilidad cognitiva del alumnado (Kwon & Capraro, 2021). Igualmente, se ha observado que representar gráficamente operaciones, como las sumas, permite al alumnado consolidar la transición desde la manipulación concreta hacia el razonamiento abstracto (Bakar et al., 2020).

- El modo simbólico constituye el nivel de mayor abstracción, en el cual los niños y niñas comienzan a utilizar números, signos y lenguaje matemático formal para expresar relaciones y resolver problemas (Way, 2024). Este paso no debe entenderse como una ruptura con los modos previos, sino como una construcción que se apoya en ellos: la introducción del simbolismo debe estar cuidadosamente mediada por experiencias enactivo-icónicas, de modo que el alumnado logre comprender los significados antes de formalizarlos (Way, 2024). De hecho, las transiciones bien diseñadas entre manipulativos, representaciones visuales y símbolos fortalecen la comprensión conceptual y evitan aprendizajes meramente mecánicos (Way, 2024).

Tabla 2.

Formas de representación de Bruner

Modo	**Descripción**	**Aplicación en matemáticas**
Enactivo	Basado en la acción y manipulación directa de objetos.	Uso de materiales concretos como bloques, fichas, regletas.
Icónico	Basado en imágenes o representaciones visuales.	Diagramas, líneas numéricas, dibujos de conjuntos.
Simbólico	Uso de símbolos abstractos como el lenguaje y los números.	Números arábigos, operaciones, ecuaciones.

En conjunto, la teoría de Bruner sigue siendo referente en el diseño de propuestas didácticas en el aprendizaje matemático temprano (Gombo, 2024; Wen, 2018). La integración de objetos manipulativos, representaciones visuales y lenguaje formal no solo responde a la lógica de los modos de representación, sino que se alinea con las evidencias sobre cognición encarnada y aprendizaje multimodal (Gilligan-Lee et al., 2023; Tran et al., 2017). Estos enfoques señalan que el tránsito fluido entre modos no es accesorio, sino esencial para promover una comprensión profunda, duradera y significativa de los primeros conceptos matemáticos (Byrne et al., 2023; Castro-Alonso et al., 2024).

Teoría del Aprendizaje Significativo: Ausubel

En contraste con los postulados de Bruner, la teoría de Ausubel destacó la importancia del conocimiento previo como base para dar significado a los nuevos aprendizajes. Ausubel planteó que la condición esencial para que se produzca un aprendizaje profundo es la integración sustantiva y no arbitraria de la nueva información en la estructura cognitiva del estudiantado (Ausubel et al., 1983). Este proceso, llamado subsunción, requiere que los materiales presentados sean potencialmente significativos, que quien aprende disponga de conocimientos previos relevantes y que exista una disposición para aprender de forma significativa (Ausubel et al., 1983; Bryce & Blown, 2024). Este anclaje se produce a través de los denominados subsumidores, es decir, ideas relevantes y estables que sirven de base para la incorporación de nuevos contenidos (Ausubel et al., 1983). Según Ausubel et al., 1983, la subsunción puede adoptar diversas modalidades:

- La subsunción derivativa se produce cuando la nueva información es un ejemplo específico de un concepto más general ya adquirido. Por ejemplo, aprender “peral” como caso particular dentro del concepto de “árbol frutal”.

- La subsunción subordinada correlativa implica una modificación o ampliación del concepto previamente adquirido. Por ejemplo, al conocer que algunos árboles pueden tener hojas rojas en otoño, se amplía el concepto inicial de “los árboles tienen las hojas verdes”.
- La subsunción superordenada se da cuando el nuevo aprendizaje es más inclusivo que los existentes, permitiendo reorganizar jerárquicamente la estructura cognitiva. Por ejemplo, aprender el concepto “mamífero” después de conocer animales específicos de la categoría como perro, gato o caballo.
- La subsunción combinatoria integra nuevos conceptos que no guardan una relación de subordinación directa, pero se vinculan lateralmente con las ideas previas, ampliando las conexiones cognitivas. Por ejemplo: relacionar el concepto de “fracción” con el de “porcentaje”, ambos en el mismo nivel jerárquico.

Ausubel et al. (1983) propusieron que la calidad del proceso de subsunción depende de dos principios esenciales: 1) la diferenciación progresiva, que consiste en presentar los conceptos generales antes de los más específicos, de manera que el aprendizaje avance de lo general a lo particular; y 2) la integración reconciliadora, que implica señalar similitudes, diferencias y resolver contradicciones entre conceptos nuevos y previos, asegurando coherencia en la estructura cognitiva. Estos procesos no solo favorecen la organización jerárquica del conocimiento, sino que también posibilitan aprendizajes más duraderos y transferibles a diferentes contextos.

Una de las estrategias más conocidas propuestas por Ausubel son los organizadores previos, que funcionan como puente cognitivo entre el conocimiento previo y el nuevo (Ausubel et al., 1983). Estos organizadores, ya sean expositivos o

comparativos, buscan activar las estructuras cognitivas de quien aprende, facilitando así la retención y la comprensión (Ausubel et al., 1983). En alumnado de posgrado se ha encontrado que el uso de organizadores previos en aulas digitales mejoró de manera significativa las habilidades científicas integradas frente a condiciones alternativas, apoyando la efectividad, la actualidad y la importancia del uso de organizadores (Elfeky et al., 2024).

La investigación actual en pedagogía y psicología educativa ha retomado el papel de los mapas conceptuales como herramientas afines al planteamiento de Ausubel. El uso de mapas conceptuales en el área de ciencias muestra un efecto moderado en el rendimiento estudiantil, lo cual evidencia que la organización y visualización de relaciones conceptuales fortalece la construcción de significados (Anastasiou et al., 2024). También se ha encontrado en alumnado de secundaria que cuando el mapeo conceptual se usa como primera actividad de recuperación, seguido de escritura libre, los resultados de aprendizaje a largo plazo son superiores, lo que sugiere que la secuenciación pedagógica también es determinante (Lechuga et al., 2024).

En el ámbito de la educación superior y el *e-learning* se observa que la teoría de Ausubel sigue vigente; concretamente, se ha comprobado que incorporar entornos virtuales de aprendizaje significativos (basados en la activación del conocimiento previo, la interacción social y la contextualización de contenidos) favorece la retención y la transferencia de conocimientos (Mystakidis et al., 2021).

Otro eje fundamental es el reconocimiento del papel del conocimiento previo en la comprensión de textos y aprendizajes complejos. La activación explícita del bagaje cognitivo de los estudiantes es clave para generar aprendizajes más profundos y duraderos, en línea con la noción de Ausubel de que "*el factor más importante que*

influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe" (Ausubel et al., 1983; Hattan et al., 2023).

Actualmente, se propone matizar y actualizar algunos supuestos de la teoría de Ausubel. Por ejemplo, se subraya que el estudiantado no siempre reemplaza ideas previas erróneas, sino que pueden mantenerlas en coexistencia con los nuevos significados (Bryce & Blown, 2024). Igualmente, se destaca la necesidad de integrar los avances de la neurociencia, que muestran una memoria más dinámica y flexible que la descrita inicialmente por Ausubel, sin dejar de reconocer la vigencia de su enfoque centrado en el anclaje cognitivo (Bryce & Blown, 2024).

La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel sostiene que lo nuevo cobra sentido cuando puede anclarse de manera no arbitraria y sustantiva en lo que el alumnado ya sabe. En las matemáticas tempranas, este marco es especialmente útil porque los cimientos dependen de estructuras previas que los niños y niñas ya traen o construyen muy pronto (Baroody et al., 2023). Por ejemplo, organizar cantidades de forma estructurada, como en patrones de puntos o marcos de diez, favorece la comprensión de la cardinalidad y la rapidez para reconocer cantidades pequeñas sin contar; es decir, provee anclajes visuales que facilitan el aprendizaje significativo (Baroody et al., 2023).

Una implicación directa del enfoque de Ausubel es activar el conocimiento previo antes de la instrucción. Hattan et al. (2023) sintetizan 30 técnicas de activación (entre ellas, *prompts* abiertos, analogías o representaciones) y concluyen que la activación planificada mejora el procesamiento y la comprensión. Trasladado a la educación matemática inicial, esto se concreta en recordar experiencias cotidianas con colecciones, juegos y rutinas de conteo para activar los esquemas numéricos a los que se subsumirá lo nuevo. Además, en el aprendizaje matemático, hay evidencias causales:

enseñar explícitamente los prerrequisitos temáticos, por ejemplo, relaciones parte–todo, comparación de longitudes o equivalencias simples, antes de introducir un nuevo contenido mejora el rendimiento conceptual y procedimental inmediato y tardío (Alreshidi, 2023). Dicho de otra manera, fortalecer primero los anclajes aumenta la calidad del subsumidor cognitivo al que se incorporará la nueva información (Alreshidi, 2023).

Otro aspecto relacionado con la teoría de Ausubel es ordenar la instrucción desde lo más inclusivo hacia lo más específico y promover vínculos horizontales (diferenciación progresiva e integración reconciliadora). En la educación matemática temprana, esto se ha operacionalizado mediante trayectorias de aprendizaje: secuencias validadas empíricamente de niveles de pensamiento para un contenido, que indican qué experiencias e ideas previas activan mejor el aprendizaje siguiente (Sarama et al., 2021). En alumnado de educación infantil, se ha encontrado que enseñar siguiendo la trayectoria, y no en orden inverso, produce mayores ganancias de aprendizaje, apoyando el supuesto de ordenamiento progresivo que postula Ausubel (Sarama et al., 2021). Otras habilidades matemáticas, como la subitización, mejora cuando las colecciones están visualmente organizadas (sin solapamientos, homogéneas, con disposición lineal), y estas condiciones también facilitan el tránsito hacia la cardinalidad y el conteo estructurado; estos arreglos funcionan como organizadores previos pictóricos que anclan y clarifican lo nuevo (Baroody et al., 2023; Splinter et al., 2024). El orden numérico también surge pronto y predice competencias posteriores; crear situaciones lúdicas que inviten a focalizar espontáneamente en el orden se asocia a mejores destrezas numéricas en niños de 3-4 años, ya que se orienta la atención hacia relaciones ya presentes en el repertorio del infante y se hacen explícitas como base del nuevo aprendizaje (Harju et al., 2024).

A nivel de recursos didácticos, las representaciones organizadoras (como marcos de diez, recta numérica o tableros de puntos) y los mapas conceptuales cumplen la función de andamiajes que integran y clarifican relaciones entre conceptos (cantidad–número–operación) (Van Orman et al., 2022). En las matemáticas escolares, los mapas conceptuales han mostrado efectos positivos comparables a estrategias guiadas como los ejemplos resueltos (Van Orman et al., 2022). Más allá de la escuela, en la teoría de Ausubel también tiene un papel importante el entorno familiar como fuente de conocimientos previos: existe una relación positiva entre actividades matemáticas en el hogar y habilidades matemáticas; además, cuando estas actividades son intencionales y reciben seguimiento, los efectos crecen (James-Brabham et al., 2025; Nelson et al., 2024). Finalmente, más allá del nivel de partida, ofrecer al alumnado oportunidades estructuradas para elaborar estrategias previas a la instrucción formal favorece una reorganización conceptual más profunda (Kapur et al., 2023). Así, el aprendizaje adquiere sentido cuando existe un anclaje y una tarea organizadora que preparan el terreno para la explicación posterior (Kapur et al., 2023).

En resumen, la teoría del aprendizaje significativo sigue siendo un marco sólido y respaldado para la enseñanza. La activación del conocimiento previo, el uso de organizadores previos y mapas conceptuales, así como la secuenciación adecuada de las actividades de aprendizaje, constituyen estrategias eficaces para fomentar aprendizajes profundos, especialmente en ciencias y en entornos mediados por tecnologías digitales (Anastasiou et al., 2024; Elfeky et al., 2024; Lechuga et al., 2024; Mystakidis et al., 2021).

Factores Emocionales y Sociales

El aprendizaje matemático, como se ha indicado previamente, no depende únicamente de procesos cognitivos: factores emocionales y sociales, como la motivación, la autoeficacia y el contexto familiar, también condicionan la manera en la que el estudiantado se aproxima a las matemáticas (Barroso et al., 2021; Carey et al., 2017). Concretamente, la ansiedad matemática, la autoeficacia percibida y la motivación intrínseca destacan como factores que inciden significativamente en el rendimiento académico (Schukajlow et al., 2023; Yang et al., 2024; Zakariya, 2022). Especialmente, se ha demostrado que la ansiedad matemática puede interferir en la memoria de trabajo, disminuyendo la eficacia en la resolución de tareas numéricas (Carey et al., 2017; Pellizzoni et al., 2022).

El entorno social también desempeña un papel fundamental en la construcción de competencias matemáticas tempranas. La evidencia reciente sobre el *home numeracy environment* muestra que las actividades formales, como contar o practicar números, e informales, como medir al cocinar o juegos de mesa numéricos, se asocian al desarrollo del sentido numérico y a logros posteriores (Daucourt et al., 2021; Elliott et al., 2023; Hwang, 2020; Skwarchuk et al., 2014; Zhao & Gibson, 2023). Además, el rol del profesorado resulta clave para establecer climas emocionales que reduzcan la amenaza, favorezcan la discusión del error y promuevan la participación; incluso se ha documentado que la ansiedad matemática docente puede trasladarse al alumnado, afectando especialmente a las niñas en cursos iniciales (Beilock et al., 2010). En resumen, un ambiente en el aula que refuerza el sentido de control y el valor de la tarea tienden a mejorar emociones relacionadas con las materias académicas y el rendimiento (Held & Hascher, 2022).

La ansiedad matemática parental también puede influir en el rendimiento infantil. DiStefano et al. (2023) observaron que los padres y madres con mayor ansiedad reportan experiencias emocionales más negativas durante la ayuda con los deberes, lo cual configura un entorno afectivo menos favorable para aprender matemáticas. También se ha observado que las creencias y emociones parentales, como la importancia atribuida a las matemáticas o la seguridad para ayudar, se relacionan con oportunidades de práctica en casa y con el logro del niño o la niña, y que esta relación puede estar moderada por la propia ansiedad matemática de los padres y madres (Cosso et al., 2022; Silver et al., 2020; Simmons et al., 2024). En la etapa preescolar y primeros cursos, además, variables contextuales como el nivel socioeconómico y el desempeño temprano actúan como mediadores en la aparición de ansiedad matemática infantil (Guzmán et al., 2021).

En relación con el perfil emocional del alumnado, los modelos actuales, como la teoría control-valor, explican que las emociones académicas (ansiedad, disfrute, orgullo o aburrimiento) dependen de la percepción de control sobre la tarea y del valor que se le atribuye; por ello, intervenir sobre la autoeficacia y la significatividad de las actividades puede mejorar tanto la experiencia emocional como el desempeño (Broda et al., 2023; Pekrun, 2024). También se ha encontrado que la ansiedad matemática consume recursos atencionales durante el cálculo y la resolución de problemas, mientras que un bajo rendimiento en memoria de trabajo no implica necesariamente déficits en el funcionamiento social, la autoestima o el control emocional (Holmes et al., 2010; Pellizzoni et al., 2022).

Enfoques Actuales: Cognición 4E y Aprendizaje Matemático

La necesidad de integrar dimensiones cognitivas, sociales y emocionales ha favorecido la aparición de marcos contemporáneos como la cognición 4E, que ofrecen una visión más amplia, situada e integradora del aprendizaje (Carney, 2020; Fajardo-Santamaría, 2022). En las últimas décadas, las ciencias cognitivas han experimentado un giro paradigmático que cuestiona la visión tradicional de la mente como un sistema cerrado, localizado exclusivamente en el cerebro, encargado de procesar representaciones internas del mundo (Sepúlveda-Pedro, 2023; Varela et al., 2017). Frente a los modelos constructivistas, emergió el enfoque de la cognición 4E (*Embodied, Embedded, Enactive* y *Extended),* un enfoque integrador que sostiene que los procesos cognitivos deben entenderse como fenómenos que involucran al cuerpo, el entorno, la acción y las herramientas externas (Clark & Chalmers, 1998; Fajardo-Santamaría, 2022; Gallagher, 2017). En el ámbito de la educación, este marco resulta especialmente relevante, ya que permite explicar cómo los estudiantes construyen conocimiento no solo mediante procesos internos, sino también a través de su participación en contextos sociales, culturales y mediante el uso de la tecnología (Lebert & Vilarroya 2024; Rivera-Novoa & Duarte-Aria, 2025; Schilhab & Groth, 2024).

Cognición Encarnada (*Embodied Cognition*). La primera E, *embodied* o cognición encarnada se refiere a que la mente está profundamente ligada al cuerpo y a sus capacidades sensoriomotoras (Barrett & Stout, 2024; Kiverstein et al., 2024). Lejos de ser un simple canal de entrada y salida de información, el cuerpo participa activamente en la forma en que pensamos, razonamos y recordamos (Barrett & Stout, 2024; Kiverstein et al., 2024). En el aprendizaje, esto se traduce en la importancia de integrar experiencias corporales y motrices. Por ejemplo, el uso de gestos, la manipulación de objetos y el aprendizaje basado en la acción mejoran la comprensión

de los conceptos y la retención de la información en la memoria (Barrett & Stout, 2024; Schilhab & Groth, 2024).

En el ámbito de las matemáticas, se ha observado que los gestos y la manipulación de objetos concretos apoyan la adquisición de nociones numéricas y espaciales en la infancia (Alibali & Nathan, 2012; Goldin-Meadow, 2011). El uso de las manos para contar o para representar relaciones de magnitud facilita la transición desde lo concreto hacia lo abstracto (Fischer & Brugger, 2011; Poletti et al., 2024). Además, actividades motrices, como saltar en una recta numérica en el suelo, mejoran la comprensión de la secuenciación numérica y las relaciones espaciales (Ramani & Siegler, 2014; Schilhab & Groth, 2024). Estos hallazgos apoyan la idea de que el aprendizaje matemático no es un proceso exclusivamente cognitivo, sino que también depende de la interacción del cuerpo con el entorno físico (Barrett & Stout, 2024; Schilhab & Groth, 2024).

Cognición Situada (*Embedded Cognition*). El segundo componente del enfoque 4E, plantea que la cognición es situada o *embedded*: siempre ocurre en contextos específicos, sociales y materiales que la modelan (Ramstead et al., 2020). Desde esta perspectiva, el aprendizaje no es un proceso aislado, sino que depende de la manera en que el estudiantado interactúa con el entorno que le ofrece oportunidades de acción y recursos simbólicos (Lebert & Vilarroya 2024). Esto implica que el diseño del ambiente educativo tiene un papel central en el aprendizaje: la disposición de los espacios, la interacción entre pares y las herramientas disponibles influyen directamente en los procesos de aprendizaje (Lebert & Vilarroya 2024).

Este componente situado del 4E subraya que el aprendizaje matemático está incrustado en contextos culturales y materiales específicos (Núñez et al., 1999). Los niños y niñas no aprenden matemáticas en abstracto, sino en escenarios cotidianos que

les ofrecen oportunidades de aplicar nociones numéricas, como contar objetos, repartir alimentos o comparar tamaños (Lebert & Vilarroya 2024). En este sentido, el diseño de entornos educativos ricos en estímulos, con materiales manipulativos y problemas contextualizados, resulta fundamental para favorecer el aprendizaje significativo (Byrne et al., 2023; Lebert & Vilarroya 2024). Un aula que incorpora juegos de mesa, juguetes como los bloques de construcción o dinámicas colaborativas potencia la comprensión matemática porque sitúa las nociones en prácticas relevantes para el alumnado (Byrne et al., 2023).

Cognición Enactiva (*Enactive Cognition*). La cognición enactiva, o *enactive*, sostiene que conocer es un proceso de enactuar o dar forma al mundo a través de la acción y la experiencia perceptiva (Sepúlveda-Pedro, 2023; Varela et al., 2017). Según esta visión, el aprendizaje no consiste en absorber información de manera pasiva, sino en la co-construcción de sentido mediante la participación en los procesos (Carney, 2020; Fajardo-Santamaría, 2022). En educación, esta perspectiva se refleja en metodologías que promueven la exploración, el descubrimiento y la resolución de problemas reales, como el aprendizaje basado en proyectos (Carney, 2020; Fajardo-Santamaría, 2022). Así, el alumnado aprende en tanto que actúa y experimenta en situaciones significativas.

La enacción plantea que el conocimiento se construye activamente a través de la acción y la interacción por lo que, en el aprendizaje matemático, esto se traduce en la idea de que los niños y niñas no solo internalizan reglas, sino que co-construyen significados mientras resuelven problemas, juegan y exploran su entorno (Núñez, 2017). Por ejemplo, cuando una persona organiza fichas en patrones o utiliza su cuerpo para simular operaciones, está enactuando relaciones matemáticas que generan comprensión más allá de la instrucción formal (Abrahamson & Trninic, 2015). Estas experiencias

activas permiten que los conceptos matemáticos emerjan como productos de la interacción entre acción corporal, percepción y razonamiento (Carney, 2020; Fajardo-Santamaría, 2022; Schilhab & Groth, 2024).

Cognición Extendida (*Extended Cognition*). La cuarta E se refiere a la cognición extendida o *extended*, la cual plantea que la mente puede extenderse hacia herramientas y artefactos externos que cumplen funciones cognitivas, influyendo en la adquisición del aprendizaje (Carney, 2020; Clark & Chalmers, 1998). Un cuaderno, un software de simulación o incluso la inteligencia artificial (IA) pueden integrarse funcionalmente al sistema cognitivo del aprendiz (Favela et al., 2021). En la actualidad, la relevancia de esta perspectiva es evidente en el uso de tecnologías digitales y aplicaciones educativas: herramientas como agendas electrónicas, plataformas de aprendizaje en línea y modelos de IA generativa amplían la capacidad del alumnado para organizar, crear y procesar información (Rivera-Novoa & Duarte-Aria, 2025). Sin embargo, se advierte la posibilidad de riesgo de generar dependencia excesiva, que puede reducir la autonomía y el pensamiento crítico si no se gestionan adecuadamente (Clark, 2025).

El aprendizaje matemático temprano también depende de herramientas externas que funcionan como extensiones cognitivas: ábacos, regletas, bloques lógicos o aplicaciones digitales permiten a los niños y a las niñas externalizar y manipular representaciones matemáticas que serían difíciles de manejar mentalmente (Clark & Chalmers, 1998; Favela et al., 2021). El uso de representaciones gráficas y tecnológicas en la infancia favorece la construcción de conceptos abstractos, ya que el alumnado descarga parte de la carga cognitiva en soportes externos (Gilbert et al., 2023). Incluso recursos simples como dibujos o esquemas se convierten en recursos externos de

representación que amplían las capacidades para comprender y resolver problemas matemáticos (Rivera-Novoa & Duarte-Aria, 2025).

Evidencia Empírica y Aplicaciones Educativas. Diversos estudios han aportado evidencia a favor del enfoque 4E, aplicado a contextos educativos (Carney, 2020; Fajardo-Santamaría, 2022; Schilhab & Groth, 2024):

- La investigación sobre *intention offloading* demuestra que los estudiantes descargan memoria e intenciones en herramientas externas (como aplicaciones de recordatorios) con efectos positivos en el cumplimiento de tareas y la eficiencia cognitiva (Gilbert et al., 2023).
- La relación entre aprendizaje experiencial y 4E evidencia que entornos multisensoriales favorecen la motivación y la retención del conocimiento (Lebert & Vilarroya 2024).
- El uso de IA como extensión cognitiva ofrece oportunidades para personalizar el aprendizaje, pero exige precaución para no reemplazar procesos reflexivos esenciales (Rivera-Novoa & Duarte-Aria, 2025).

Adoptar el marco de la cognición 4E en la educación y la integración de este enfoque específicamente en la enseñanza de las matemáticas implica:

- Promover experiencias corporales y multisensoriales en el proceso de aprendizaje (Barrett & Stout, 2024). Por ejemplo, diseñar actividades corporales y manipulativas, que utilicen gestos, movimiento y objetos concretos como parte esencial del aprendizaje numérico (Alibali & Nathan, 2012).
- Diseñar entornos de aprendizaje contextualizados y ricos en recursos (Lebert & Vilarroya 2024). Por ejemplo, contextualizar los problemas en situaciones

significativas, conectando los conceptos matemáticos con la vida cotidiana del alumnado (Núñez et al., 1999).

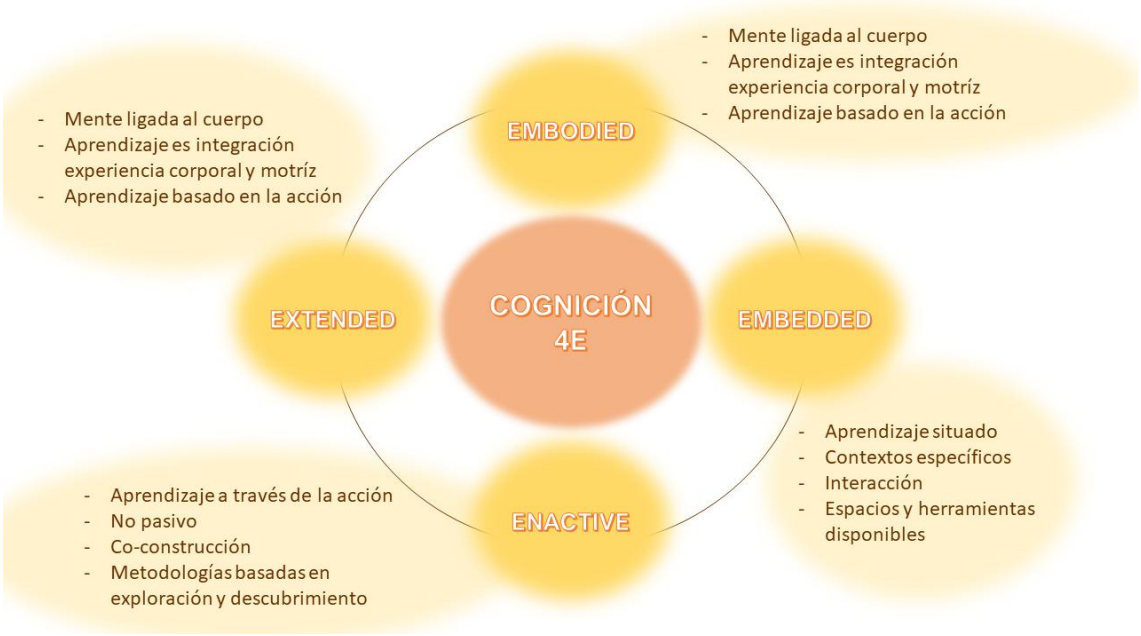
- Fomentar la acción y la participación en la construcción del conocimiento (Schilhab & Groth, 2024), promoviendo en matemáticas la exploración activa, permitiendo que el estudiantado descubra patrones y relaciones a través de la acción y el juego (Abrahamson & Trninic, 2015).
- Incorporar tecnologías como extensiones cognitivas de manera crítica y equilibrada; utilizar en herramientas y tecnologías (como calculadoras, programas de análisis de datos o IA) equilibrando la externalización con el desarrollo de habilidades internas (Favela et al., 2021; Rivera-Novoa & Duarte-Aria, 2025).
- Atender a la dimensión ética, asegurando que el uso de herramientas digitales no comprometa la autonomía cognitiva del estudiantado (Tesink et al., 2024). Para ello, es necesario promover la autonomía y la reflexión crítica en el alumnado, evitando que la dependencia excesiva de recursos externos limite el desarrollo de la abstracción y el razonamiento propio (Clark, 2025).

El enfoque 4E, resumido en la Figura 2, aparece como un marco teórico actual para comprender el aprendizaje como un proceso complejo, distribuido y dinámico. Su énfasis en la relación entre cuerpo, entorno, acción y extensión tecnológica permite diseñar experiencias educativas más significativas y adaptadas a los desafíos contemporáneos (Fajardo-Santamaría, 2022). En este sentido, el paradigma 4E no solo describe cómo se aprende, sino que también orienta cómo debería enseñarse en sociedades cada vez más interconectadas y tecnológicas (Clark, 2025; Fajardo-Santamaría, 2022; Rivera-Novoa & Duarte-Aria, 2025). En el aprendizaje matemático

este paradigma permite diseñar experiencias de aprendizaje más efectivas, significativas y acordes al desarrollo de los niños y niñas.

Figura 2.

Esquema de la teoría de la cognición 4E



Aportes de la Neurociencia

Los avances de la neurociencia han permitido identificar los correlatos cerebrales del aprendizaje matemático, aportando evidencias que complementan y enriquecen tanto las teorías clásicas como las aproximaciones actuales, permitiendo también una comprensión más profunda de los fundamentos biológicos del aprendizaje matemático (Menon & Chang, 2021). Uno de los hallazgos más consistentes es el papel del surco intraparietal (IPS), cuya activación se observa sistemáticamente durante tareas de estimación, comparación y cálculo mental, lo que lo posiciona como un núcleo funcional del procesamiento numérico (Aulet et al., 2025; Menon & Chang, 2021; Ren & Libertus, 2023). Asimismo, la corteza prefrontal participa en las funciones como la planificación, la memoria de trabajo y el control inhibitorio, todas necesarias para resolver problemas matemáticos complejos (Menon & Chang, 2021; Ren & Libertus,

2023). La interacción funcional entre estas áreas refleja la integración de procesos básicos y superiores en la cognición matemática (Aulet et al., 2025; Menon & Chang, 2021; Ren & Libertus, 2023).

Durante la infancia, la plasticidad cerebral permite que el entrenamiento intensivo en tareas numéricas induzca cambios funcionales y estructurales en los circuitos neuronales relacionados con la cognición numérica (Supekar et al., 2013). Estos cambios se han observado tanto en neuroimagen funcional como estructural, mostrando mejoras en la conectividad de regiones implicadas en el procesamiento numérico tras intervenciones educativas específicas (Supekar et al., 2013; Chang et al., 2022). En las personas de entre 7-10 años se ha encontrado que la conectividad funcional entre el hipocampo y el IPS antes de una intervención predice las ganancias en sentido numérico tras un entrenamiento intensivo (Chang et al., 2022). Además, quienes necesitan apoyo educativo presentan diferencias en la conectividad funcional de regiones parietales relacionadas con procesamiento numérico (Starling-Alves et al., 2025). En consecuencia, se destaca la importancia de implementar intervenciones tempranas, incluidas aquellas mediadas por tecnologías digitales, para potenciar la arquitectura cerebral vinculada a las habilidades matemáticas (Chang et al., 2022; Ren & Libertus, 2023; Starling-Alves et al., 2025).

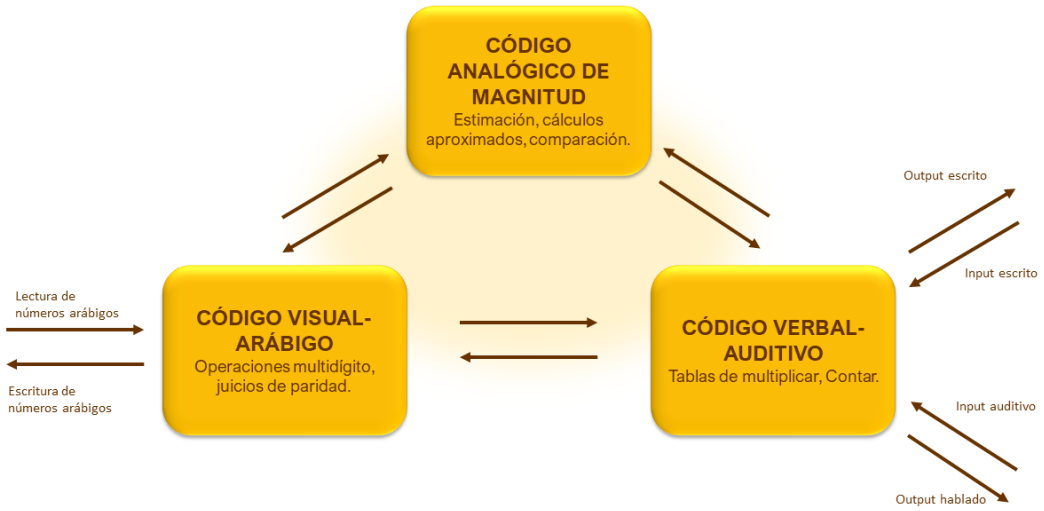
Desde un enfoque teórico, el modelo del triple código propuesto por Dehaene (1992) plantea tres sistemas de representación numérica con correlatos cerebrales diferenciados (Figura 3):

- El código verbal-auditivo, ligado a áreas del lenguaje, permite la manipulación lingüística de los números (Chang et al., 2022; Dehaene, 1992).

- El código visual-arábigo involucra la identificación simbólica de cifras, activando regiones occipitotemporales (Chang et al., 2022; Dehaene, 1992).
- El código analógico de magnitud, asociado con estimación no simbólica y subitización, sugiere una representación espacial de los números en forma de línea numérica mental (Chang et al., 2022; Dehaene, 1992).

Figura 3.

Modelo del triple código de representación numérica de Dehaene



Nota. Adaptado de "Varieties of numerical abilities" (p.31), S. Dehaene, 1992, *Cognition, 44*(1–2), 1–42.

Este último sistema ha sido respaldado por el efecto SNARC (*Spatial-Numerical Association of Response Code*s), que evidencia una activación espacial automática de la magnitud numérica (Dehaene, 1992). El efecto SNARC se manifiesta como una asociación automática entre los números y el espacio: los dígitos pequeños (como 1 o 2) suelen provocar respuestas más rápidas con la mano izquierda, mientras que los números grandes (como 8 o 9) favorecen respuestas más rápidas con la mano derecha

(Dehaene et al., 1993). Este efecto refleja la activación implícita de una línea numérica mental organizada espacialmente según los hábitos de escritura cultural (Aleotti et al., 2022; Bulut et al., 2024; Dehaene et al., 1993). En cuanto a su aparición en el desarrollo infantil, diversas investigaciones han mostrado que, aunque el efecto SNARC es robusto en adultos, su presencia en la infancia es progresiva y depende tanto de la tarea como de la edad: aparece alrededor de los 7 años en tareas donde la magnitud numérica se procesa explícitamente, pero suele manifestarse más claramente a partir de los 9 años en contextos donde el número no es explícitamente relevante (van Galen & Reitsma, 2008). También se ha encontrado que el efecto SNARC simbólico emerge alrededor de los 8-9 años, mientras que el efecto no simbólico puede aparecer antes, lo que refuerza la distinción entre estas representaciones (Ninaus et al., 2017). Este patrón indica que la asociación número-espacio se construye y se refuerza con la escolarización y la exposición a contextos numéricos, contribuyendo al desarrollo del sentido numérico y facilitando el aprendizaje matemático temprano al fortalecer la integración simbólica, espacial y funcional en la cognición numérica (Aleotti et al., 2022; Bulut et al., 2024). Además, la similitud representacional entre cantidades simbólicas y no simbólicas predice un mejor desempeño aritmético en la infancia, reforzando la relevancia del mapeo símbolo–cantidad (Schwartz et al., 2021).

A lo largo del desarrollo, la organización funcional del procesamiento numérico en el cerebro cambia progresivamente (Ansari et al., 2006). En edades tempranas, las tareas aritméticas activan regiones frontales y temporales, reflejando un procesamiento más generalista y dependiente de recursos de dominio general (Kawashima et al., 2004; Ren & Libertus, 2023). Con el tiempo, se observa una especialización progresiva hacia regiones parietales, especialmente en el IPS, que asume un rol más automatizado en el procesamiento numérico (Bugden et al., 2012; Menon & Chang, 2021; Ren & Libertus,

2023). Esta transición refleja una maduración funcional del sistema numérico (Ansari et al., 2006). Además, el giro angular izquierdo se activa durante tareas numéricas con fuerte demanda verbal, lo que indica la interconexión entre redes lingüísticas y matemáticas (Butterworth et al., 2011; Grabner et al., 2007). Este hallazgo está relacionado con el modelo del triple código y refuerza la interacción entre distintos dominios cognitivos durante el aprendizaje matemático (Chang et al., 2022; Dehaene, 1992).

Las aportaciones más recientes de la neurociencia también subrayan el papel del hipocampo como mediador de la consolidación de hechos y procedimientos matemáticos: la conectividad hipocampo-parietal predice la ganancia en el sentido numérico tras la enseñanza (Chang et al., 2022). Incluso, se ha encontrado que niños y niñas que requieren apoyo educativo manifiestan diferencias en conectividad en reposo en regiones parietales vinculadas al procesamiento numérico (Starling-Alves et al., 2025). También se ha encontrado que las habilidades espaciales y numéricas comparten sustratos parietales, y que entrenar la cognición espacial en las primeras etapas educativas genera mejoras significativas en rendimiento matemático (Aulet et al., 2025; Judd & Klingberg, 2021). Asimismo, intervenciones breves que entrenan el uso de los dedos como herramienta de conteo han mostrado ser eficaces para mejorar la suma en Educación Infantil (Lê et al., 2024; Poletti et al., 2024). Estas evidencias sostienen que la integración de enfoques espaciales, motores y simbólicos en las etapas educativas tempranas fortalece las bases neurocognitivas de las matemáticas.

Finalmente, como se ha mencionado en apartados anteriores, factores emocionales como la ansiedad matemática y contextuales como el ambiente numérico en el hogar influyen en el aprendizaje. La ansiedad aparece ya en edades tempranas y se relaciona con menor rendimiento (Ren & Libertus, 2023; Starling-Alves et al., 2025),

mientras que la exposición cotidiana a juegos y conversaciones numéricas en casa tiene efectos positivos, aunque modestos (Mutaf-Yıldız et al., 2018).

En resumen, todo este recorrido desde la importancia social de las matemáticas hasta los aportes de la neurociencia, permite comprender el aprendizaje matemático como un fenómeno complejo, en el que confluyen factores cognitivos, sociales, emocionales y biológicos. Esta perspectiva integradora sienta las bases para el análisis que se desarrollará en los capítulos siguientes.

Adquisición del Sentido Numérico

El sentido numérico se define como el conjunto de conocimientos y destrezas que permiten comprender el número, sus relaciones y operaciones, y usarlos con flexibilidad en diferentes contextos (Jordan et al., 2022; Jordan & Dyson, 2025). Desde los primeros meses de vida, los bebés muestran sensibilidad a cambios en la cantidad y son capaces de discriminar colecciones de objetos cuando la proporción entre ellas es lo suficientemente grande (Xu & Spelke, 2000). Este sentido numérico preverbal se ajusta a la ley de Weber, de manera que la precisión de la discriminación depende del cociente entre las magnitudes que se comparan (Libertus et al., 2012). Con el desarrollo y la interacción cultural, las personas empiezan a mapear estas representaciones no simbólicas en símbolos numéricos (palabras y números arábigos), conformando lo que se denomina sentido numérico preverbal, caracterizado por habilidades como el conteo, la identificación de dígitos, la comparación de números y el uso inicial de operaciones (Jordan et al., 2022). En Educación Infantil (3–6 años) se despliega a través de habilidades como la subitización, la cardinalidad, la comparación de magnitudes, el conteo y la transformación de conjuntos, que se estructuran dentro de tres grandes componentes: conteo, conocimiento numérico y operaciones numéricas, todos ellos predictivos del rendimiento matemático posterior (Jordan et al., 2022). Finalmente, a través de la escolarización y la instrucción formal, surgen las competencias matemáticas formales, que implican la comprensión de números multidígito, fracciones, decimales y proporciones, además de la capacidad para utilizar estrategias flexibles en la resolución de problemas (Siegler & Braithwaite, 2017).

En el plano del conteo, los principios de Gelman y Gallistel (1978) (correspondencia uno a uno, orden estable, cardinalidad, abstracción e irrelevancia del orden) continúan siendo relevante para el aprendizaje; dominar estos principios se

asocia con un uso más eficaz de estrategias manuales como el uso de los dedos y con avances en el cálculo inicial (Krenger & Thevenot, 2025). El desarrollo del conteo progresa desde el recitado hasta el conteo con cardinalidad y el conteo corto (partir de anclajes como el 5), consolidándose entre los 4 y 6 años (Siegler & Opfer, 2003). A la vez, se afianza la línea numérica mental (LNM), clave para la estimación y la comparación de magnitudes, considerada elemental para aprendizajes más avanzados (Dehaene, 2011). A lo largo del tiempo, se ha refinado la evaluación de la estimación en la recta numérica, proponiendose nuevas métricas que capturan mejor la comprensión ordinal infantil (Chan & Mazzoco, 2024) y corroborando su valor predictivo para el razonamiento matemático en los primeros cursos de Educación Primaria (Ruiz et al., 2023a; 2023b).

Dada su capacidad predictiva, la detección y el entrenamiento del sentido numérico en Educación Infantil son prioritarios: se recomiendan cribados tempranos y rutinas en el aula que fortalezcan el conteo, la comparación simbólica y no simbólica, los anclajes y *benchmarks* en la recta numérica y los juegos de estimación (Jordan et al., 2022; Jordan & Dyson, 2025). El entorno matemático en el hogar también aporta, ya que modifica el acceso a experiencias simbólicas y de magnitud desde edades tempranas (Daucourt et al., 2021).

Sistema de Aproximación Numérica

Existe amplio apoyo a un sentido numérico preverbal temprano que actúa como cimiento para aprendizajes simbólicos posteriores apoyados por la discriminación de cantidades y la sorpresa frente a resultados aritméticos imposibles (Odic & Starr, 2018). Sin embargo, recientemente se ha ido matizando el papel del Sistema de Número Aproximado (ANS). El ANS es un mecanismo perceptivo-cognitivo, evolutivamente antiguo y presente desde la primera infancia, que permite representar y comparar

cantidades sin símbolos con una precisión limitada y dependiente del cociente entre magnitudes (ley de Weber) (Feigenson et al., 2004; Odic & Starr, 2018). Su rendimiento suele caracterizarse mediante la fracción de Weber (w): cuanto menor es w, mayor es la agudeza del ANS; a medida que el cociente entre conjuntos se aproxima a 1, la discriminación se vuelve más difícil (Libertus et al., 2012; Odic & Starr, 2018). Antes del aprendizaje de palabras y símbolos numéricos, lactantes discriminan numerosidades siempre que el cociente sea suficientemente grande, y fallan con cocientes más estrechos (por ejemplo, aciertan más fácilmente 8 vs. 16 (1:2) que 8 vs. 12 (2:3)) (Izard et al., 2009; Xu et al., 2004; Xu & Spelke, 2000). Con la edad, la agudeza del ANS mejora progresivamente (Halberda & Feigenson, 2008).

En cuanto al ANS, tanto en la adultez como en la infancia, la corteza parietal (especialmente el IPS) se asocia de manera consistente con el procesamiento de magnitud numérica (Ansari, 2008; Dehaene et al., 2003; Skagenholt et al., 2025). Estudios con fMRI de alta resolución han descrito poblaciones neuronales sintonizadas a rangos de numerosidad que se organizan en mapas topográficos en el parietal, y que cubren tanto la subitización como numerosidades grandes, sugiriendo continuidad funcional (Cai et al., 2021; Harvey et al., 2013). Sin embargo, continua el debate sobre que estas respuestas podrían estar influidas por magnitudes continuas (tamaño, densidad o área) o que la conclusión de mapas de cantidad debe matizarse (Leibovich et al., 2017; Leibovich-Raveh, 2023).

La comparación no simbólica (generalmente representada por la tarea de elegir el conjunto con más puntos) es el procedimiento más extendido para evaluar el ANS, y de ella se derivan índices como la fracción de Weber (w) o la pendiente del efecto de razón (Odic & Starr, 2018). Aun así, medir el ANS con validez y fiabilidad plantea algunos retos:

- Confusión con magnitudes continuas: los cambios en número suelen ir acompañados de cambios en área total, densidad, tamaño medio, etc.; si no se controlan, pueden explicar el rendimiento (Gebuis & Reynvoet, 2012a, 2012b).
- Demandas de control inhibitorio: en pruebas incongruentes (más puntos, pero menor área), el éxito requiere inhibir claves visuales; por ello, parte de la varianza puede reflejar funciones ejecutivas, no solo precisión numérica (Gilmore et al., 2013; Guo & Wei, 2024).
- Cuestiones psicométricas: elección de índice, fiabilidad test–retest, manipulación de claves visuales, por lo que se recomiendan protocolos estandarizados (Guillaume & Van Rinsveld, 2018).

Los primeros estudios mostraron que diferencias individuales en agudeza del ANS se relacionan con rendimiento matemático escolar, incluido en Educación Infantil (Halberda et al., 2008; Libertus et al., 2011). Posteriormente, se ha confirmado una asociación fiable pero modesta, subrayando que las medidas simbólicas de magnitud (comparación de dígitos) se asocian más fuertemente con la competencia matemática que las medidas no simbólicas (Schneider et al., 2017). Por otro lado, se ha señalado que, al controlar habilidades de dominio general, la relación entre ANS y matemáticas puede atenuarse (Coolen et al., 2022). Además, practicar aritmética aproximada puede mejorar de forma inmediata el rendimiento en aritmética simbólica (Hyde et al., 2014, 2021; Park & Brannon, 2013, 2014), aunque sobre esto existen resultados mixtos o modulados por condiciones específicas (Liang et al., 2022). La conclusión más prudente es que el ANS puede facilitar el acceso a contenidos simbólicos, pero no sustituye a la enseñanza de mapeos símbolo–cantidad ni a la instrucción explícita en conteo, comparación simbólica y línea numérica.

Con esto se concluye que la evidencia apoya un modelo escalonado: el ANS proporciona intuiciones cuantitativas (preverbales, aproximadas), que interaccionan con el aprendizaje cultural de símbolos y palabras numéricas; el progreso en representaciones simbólicas explica mejor el rendimiento académico, aunque el ANS siga siendo un soporte útil para la estimación, el sentido de magnitud y el control de errores (Odic & Starr, 2018; Schneider et al., 2017).

Pensamiento Matemático Informal

El pensamiento matemático informal hace referencia al conjunto de habilidades matemáticas que emergen de manera natural antes del inicio de la escolarización formal y están relacionadas con el sentido numérico (Gelman & Gallister, 1978). Estas nociones matemáticas no son exclusivas del ser humano, ya que también se han identificado en ciertas especies animales como en los roedores, los cuales pueden distinguir cantidades siendo capaces de diferenciar dónde hay más alimento, demostrando un notable grado de discriminación (Liang et al. 2024).

Estas capacidades se desarrollan de forma implícita a través de la experiencia cotidiana y la interacción social y familiar (LeFevre et al., 2009). Incluyen tres grandes factores: numeración, relaciones y operaciones aritméticas (Jordan & Dyson, 2025; Purpura & Lonigan, 2013).

- Numeración: engloba habilidades como el conocimiento de las normas y procesos de la secuencia del conteo y la obtención de cantidades de manera flexible. Entre ellas se encuentran el conteo verbal, la correspondencia uno a uno, la comprensión de la cardinalidad, la subitización (reconocimiento inmediato de conjuntos pequeños sin contar) y la estimación (aproximación de cantidades o longitudes sin precisión exacta) (Clements & Sarama, 2020; Purpura & Lonigan, 2013).

- Relaciones: permiten comprender cómo dos o más ítems se encuentran relacionados y la asociación entre los números dentro de la línea numérica mental. Entre ellas se incluyen la comparación de magnitudes, la secuenciación y la apreciación del tamaño relativo (Clements & Sarama, 2020; Purpura & Lonigan, 2013).
- Operaciones aritméticas: comprenden la composición y descomposición de cantidades. Se incluyen la suma, la resta, así como la composición y descomposición de conjuntos (Purpura & Lonigan, 2013).

Estas habilidades son observables desde los primeros años de vida y se consideran una base esencial para el desarrollo posterior de aprendizajes formales (Jordan & Dyson, 2025). Una buena competencia en pensamiento matemático informal se considera un predictor robusto del éxito en las matemáticas escolares (Jordan et al., 2009; Liu et al., 2022; ten Braak et al., 2022). Además, se ha encontrado que las diferencias en el aprendizaje matemático temprano afectan a la elección de estudios posteriores y, en consecuencia, en las oportunidades laborales (Allen et al., 2024; Davis-Kean et al., 2021).

El pensamiento matemático informal está estrechamente vinculado con el desarrollo del sentido numérico y se ve reforzado por actividades lúdicas, juegos y conversaciones cotidianas sobre números, lo que resalta la importancia del entorno familiar y social (LeFevre et al., 2009).

Pensamiento Matemático Formal

El pensamiento matemático formal se refiere al conocimiento que se adquiere mediante la enseñanza sistemática e intencional dentro del contexto educativo formal (Clements & Sarama, 2020). A diferencia del pensamiento informal, que emerge de la

experiencia cotidiana, el formal requiere instrucción guiada, materiales específicos y seguimiento docente (National Mathematics Advisory Panel [NMAP], 2008; Fuson, 1992). Jordan et al. (2009) incluyen entre sus componentes principales:

- Lectura y escritura de números: comprensión del sistema numérico arábigo y su representación escrita y verbal.
- Concepto de cantidad y valor posicional: comprensión de que el valor de un dígito depende de su posición en la cifra.
- Cálculo formal: desarrollo de habilidades para realizar sumas, restas y, progresivamente, multiplicaciones y divisiones.
- Uso de símbolos matemáticos: familiarización con signos como +, −, = y su significado operacional.
- Resolución de problemas: aplicación de procedimientos matemáticos en contextos escolares o estructurados.

El pensamiento formal se apoya en las bases del pensamiento informal y lo expande hacia conceptos abstractos (Baroody, 1987). Xing et al., 2021 muestran que las habilidades informales, como la estimación y la comparación, predicen el rendimiento en tareas formales de matemáticas, lo que sugiere una transición gradual entre ambos tipos de pensamiento. Esta transición debe ser cuidadosamente guiada por el profesorado, ya que una introducción prematura o descontextualizada de los conceptos formales puede generar confusión o rechazo (Clements & Sarama, 2011; NMAP, 2008). Por ello, se recomienda integrar actividades que partan del pensamiento informal y lo vinculen con representaciones simbólicas, promoviendo una comprensión conceptual más profunda (Clements & Sarama, 2011; Fuson, 1992).

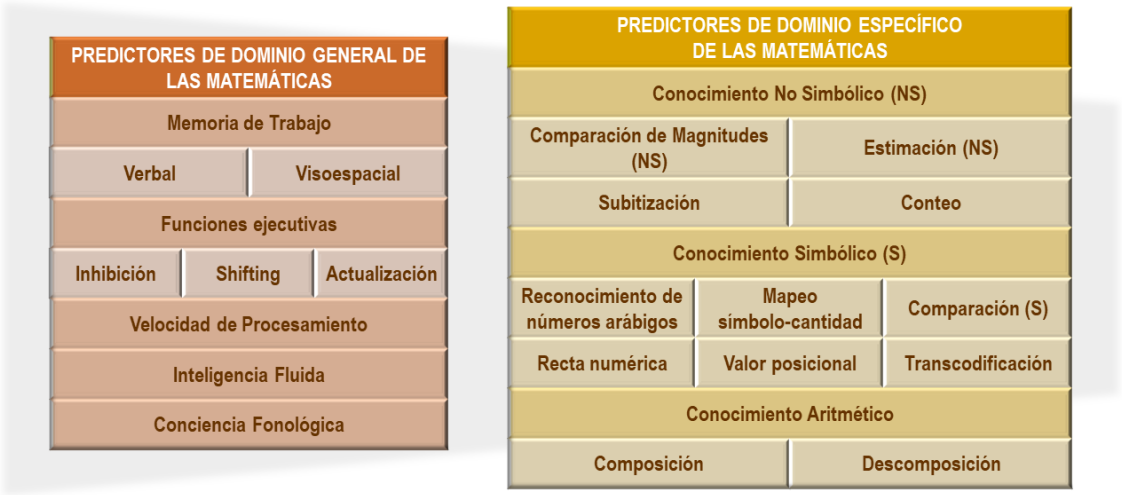
El pensamiento formal constituye el objetivo final de muchas intervenciones educativas, pero solo puede construirse sólidamente cuando el pensamiento informal ha sido estimulado y desarrollado como base fundamental del aprendizaje matemático (Siegler & Braithwaite, 2017).

Predictores de la Competencia Matemática

Se ha detallado la importancia del del sentido numérico, la evolución del concepto, diferentes componentes investigados en la literatura y su relación con el pensamiento matemático, lo que muestra la existencia de diferentes habilidades que conforman este sentido numérico y son capaces de predecir la competencia matemática futura. La literatura divide este tipo de predictores en los predictores de dominio específico (directamente vinculados con el sentido numérico y la competencia matemática) y aquellos no únicamente vinculados a las matemáticas denominados de dominio general de las matemáticas (Aragón et al., 2021; Geary, 2013). En la Figura 4, se resumen los predictores que se describen a continuación.

Figura 4.

Predictores de dominio general y específico de las matemáticas



Predictores de Dominio Específico de las Matemáticas

Los predictores de dominio específico son un conjunto de habilidades numéricas relacionadas con la competencia matemática temprana y funcionan como puente entre el

sentido numérico (no simbólico y simbólico) y los logros de la escolaridad inicial (cálculo, valor posicional, resolución de problemas) (De Smedt et al., 2013). Aunque a edades iniciales, los predictores de dominio general suelen ser mejores predictores que los de dominio específico, la investigación muestra que los predictores de dominio específico de las matemáticas también predicen el rendimiento matemático posterior, destacando su papel en las destrezas más alineadas con el currículo escolar como el conteo avanzado o la comparación simbólica (Geary et al., 2019; Jordan et al., 2009; Nguyen et al., 2016; ten Braak et al., 2022). La estimación en la recta numérica se asocia con la competencia matemática y su peso crece con la edad, especialmente con fracciones (Schneider et al., 2018). Se ha observado que el procesamiento de magnitud simbólica predice la competencia matemática más que el no simbólico (Schneider et al., 2016). Algunos predictores de dominio específico de las matemáticas, como la subitización, muestran una capacidad explicativa única controlando predictores cognitivos generales en relación con el rendimiento matemático infantil (LeFevre et al., 2022). En etapas preescolares, la estimación numérica (concretamente las tareas de línea numérica) se asocia de manera bidireccional con la comparación simbólica y con el conteo, lo que sugiere que estas habilidades conforman un núcleo interdependiente que sustenta el desarrollo de las competencias matemáticas básicas (Xu et al., 2023). De la misma manera, el desempeño en tareas de subitización y vinculación cantidad-símbolo se relaciona de forma concurrente con la adquisición de operaciones aritméticas simples, destacando el papel central de los predictores específicos en la transición hacia el cálculo formal (LeFevre et al., 2022). Por ello, es importante incluir su evaluación e intervención en programas educativos en la infancia (Malone et al., 2022).

A continuación, se describen los predictores más reconocidos según la investigación, aportando una definición y algunos de los hallazgos más relevantes en cuanto a su predicción sobre la competencia matemática.

Conocimiento No Simbólico

Comparación de Magnitudes No Simbólica. Consiste en discriminar de entre dos conjuntos cuál tiene mayor cantidad, sin recurrir a símbolos, normalmente mediante conjuntos de puntos, y su precisión es dependiente de la razón entre cantidades (ley de Weber) (Odic & Starr, 2018). En términos predictivos, su relación con el rendimiento matemático suele ser fiable pero modesta, y tiende a reducirse cuando se controla el procesamiento simbólico de magnitudes (Schneider et al., 2016).

Estimación No Simbólica. La estimación no simbólica implica aproximar la numerosidad de un conjunto sin contar, capturando la precisión del sistema aproximado y su variabilidad escalar con el tamaño del conjunto (Odic & Starr, 2018). Como predictor, aporta información distinta de la comparación porque exige producir una respuesta aproximada (no solo decidir si hay más o menos), lo que podría implicar mayor demanda de calibración interna de la cantidad (Odic & Starr, 2018).

Subitización. La subitización se refiere al reconocimiento rápido y exacto de pequeñas cantidades sin contar (aproximadamente entre 1–4), y se ha propuesto como una vía de acceso temprana a la cardinalidad en rangos reducidos (Clements & Sarama, 2020). Dentro de ella, la subitización conceptual se apoya en estructuras o patrones (por ejemplo, configuraciones de dados), conectando percepción y organización numérica, lo que podría apoyar la numeración inicial (Clements & Sarama, 2020).

La subitización tiene un papel relevante en la numeración temprana y describe cómo rasgos visuales del conjunto pueden modular el rendimiento de subitización en

edad infantil (Splinter et al., 2024). Además, se ha encontrado que mejoras en subitización tras intervenciones en el aula, en comparación con grupos controles y con mayor beneficio en alumnado con más dificultades (Wästerlid et al., 2024).

Conteo. El conteo, como predictor, no se reduce a recitar la serie numérica, sino que depende del dominio de principios que dan significado al procedimiento: correspondencia uno-a-uno, orden estable, cardinalidad, irrelevancia del orden y abstracción (Clements & Sarama, 2020). Concretamente, la cardinalidad, referida a entender que el último número contado representa el total, constituye un hito conceptual asociado a la transición hacia operaciones y comparaciones exactas (Clements & Sarama, 2020).

Las competencias numéricas tempranas que incluyen conteo y principios del conteo se asocian con el nivel y el crecimiento del rendimiento matemático en los primeros cursos de Educación Primaria (Jordan et al., 2009). Además, se ha observado que el dominio de la cardinalidad suele preceder y se asocia longitudinalmente con avances en nociones como el número sucesor o la equivalencia exacta, vinculándose al progreso académico (Geary et al., 2018; Spaepen et al., 2018).

Conocimiento Simbólico

Reconocimiento de Números Arábigos. El reconocimiento simbólico se refiere a identificar los dígitos del sistema arábigo y acceder a su significado numérico de forma estable, facilitando la comparación, el orden y el acceso al cálculo (Sasanguie et al., 2013). En Educación Infantil, las diferencias individuales en conocimiento simbólico predicen rendimiento matemático posterior y, en varios trabajos, muestran asociaciones más fuertes que medidas no simbólicas, según el modelo y las medidas empleadas (Mou et al., 2018; Scalise & Ramani, 2021).

Mapeo Símbolo–Cantidad. El mapeo símbolo–cantidad se refiere a la capacidad de vincular símbolos numéricos con cantidades (por ejemplo, asociar "8" con una numerosidad), proporcionando un puente entre representaciones aproximadas y exactas (Sasanguie et al., 2013).

Como predictor, su especificidad se basa en que no solo requiere reconocer el símbolo, sino anclarlo a una magnitud, lo que se asocia con un mejor desempeño en comparaciones y el inicio de procedimientos aritméticos con significado (Mou et al., 2018). Así, se ha planteado que el conocimiento simbólico podría desempeñar un papel intermedio en la relación entre nociones de cardinalidad y la suma, apoyando la transición hacia el cálculo simbólico (Mou et al., 2018; Scalise & Ramani, 2021).

Comparación de Magnitudes Simbólica. La comparación simbólica consiste en juzgar qué dígito en sistema arábigo representa una cantidad mayor o menor (Krajcsi et al., 2016). El procesamiento de magnitudes se relaciona de forma consistente con la competencia matemática, encontrando, en promedio, asociaciones más fuertes para lo simbólico que para lo no simbólico (Schneider et al., 2016).

Además, esta relación tiende a ser mayor en competencias matemáticas que dependen explícitamente de magnitudes, como la aritmética mental y habilidades matemáticas tempranas (Schneider et al., 2016). Se ha observado que la mejora en comparación simbólica se asocia con mejoras en competencia matemática en años posteriores (Lyons et al., 2013; Scalise & Ramani, 2021; Xenidou-Dervou et al., 2017).

Estimación en Recta Numérica. La estimación en recta numérica (0–N) evalúa el mapeo entre números y posiciones espaciales como indicador de la calidad de la representación de la magnitud numérica lineal (Dehaene, 2011). Su relación con la competencia matemática tiende a aumentar con la edad y se han observado asociaciones

más altas cuando se trabaja con fracciones, comparado con números enteros (Schneider et al., 2018). Se diferencian dos modalidades:

- *Número → posición.* Capta la capacidad de ubicar un número dado en una escala, reflejando la precisión del anclaje espacial de magnitudes simbólicas (Schneider et al., 2018).
- *Posición → número.* Exige inferir el valor numérico a partir de una localización, poniendo el foco en la lectura inversa del mapeo espacial–numérico (Schneider et al., 2018).

Se han encontrado que los resultados en tareas de recta numérica han mostrado sensibilidad a diferencias individuales en comprensión ordinal y vínculo con desempeño matemático posterior (Chan & Mazzocco, 2024).

Valor Posicional. El valor posicional implica comprender que el valor de un dígito depende de su posición en el sistema decimal (base-10), relacionado con la comprensión de números multidígito y de algoritmos aritméticos (Mix et al., 2022). La comprensión temprana del valor posicional aparece como predictor consistente de aspectos específicos del rendimiento aritmético posterior (Moeller et al., 2011). Además, enfoques de enseñanza con foco conceptual en base-10 han mostrado mejoras en representaciones y estrategias frente a instrucción más procedimental (Hiebert & Wearne, 1992).

Transcodificación. La transcodificación se refiere a traducir entre formatos numéricos (como pasar un número hablado a escribir los dígitos arábigos que lo conforman), y evalúa reglas y estructuras del sistema numérico más allá del copiado (Byrge et al., 2013). El rendimiento en transcodificación se asocia con diferencias

individuales en escritura numérica y se relaciona con el desarrollo matemático temprano, especialmente cuando intervienen números multidígito (Mix et al., 2022).

Conocimiento Aritmético

Composición y Descomposición. La composición y descomposición describe la capacidad de transformar conjuntos mentalmente (añadir, quitar o recombinar), con o sin símbolos, y se considera un componente importante para entender la suma y la resta (Gilmore & Spelke, 2008). Se ha observado que, incluso en edad infantil, es posible realizar sumas y restas no simbólicas con cantidades relativamente grandes, y que este procesamiento se vincula a habilidades aritméticas iniciales (Barth et al., 2003; Barth et al., 2008; Gilmore et al., 2010). También, se ha informado de que entrenamientos simbólicos pueden producir ganancias iguales o superiores a entrenamientos no simbólicos en tareas de transformación de conjuntos, apoyando la relevancia del puente hacia lo simbólico para la aritmética temprana (Hyde et al., 2021).

Predictores de Dominio General de las Matemáticas

Los predictores de dominio general hacen referencia a habilidades cognitivas que afectan de manera transversal al rendimiento académico y no están restringidas al ámbito matemático. La memoria de trabajo se encuentra entre los predictores de dominio general más relevantes para el rendimiento matemático, junto con las funciones ejecutivas, la velocidad de procesamiento, la inteligencia fluida y la conciencia fonológica (Aragón et al., 2021; Dvoinin & Trotskaya, 2022).

Memoria de Trabajo

La memoria de trabajo (MT) desempeña un papel central, ya que permite mantener y manipular información de manera simultánea durante cortos periodos de tiempo (Baddeley, 2000), lo cual resulta fundamental en tareas matemáticas como el conteo, la comparación de cantidades, el cálculo mental y la resolución de problemas.

Para comprender como influye la memoria de trabajo en la competencia matemática, es necesario conocer primero el origen y la evolución de este concepto.

El constructo de MT surgió en los años setenta para complementar el modelo multialmacén de Atkinson y Shiffrin, que entendía la memoria a corto plazo como un sistema relativamente unitario y centrado en el almacenamiento. Frente a este enfoque, Baddeley y Hitch (1974) propusieron un sistema activo y multicomponente, diseñado no solo para retener información de manera transitoria, sino también para manipularla durante la ejecución de tareas cognitivas complejas como la comprensión, el razonamiento o el cálculo mental (Baddeley & Hitch, 1974). Este planteamiento representó un cambio de paradigma en la psicología cognitiva, ya que otorgaba a la MT un papel funcional en el procesamiento de la información, más allá de la mera retención de estímulos. Con el tiempo, este modelo inicial se consolidó como el marco explicativo más influyente para comprender los procesos temporales de almacenamiento y manipulación de la información en interacción con la memoria a largo plazo (Baddeley, 2000, 2012; Hitch et al., 2024).

En su formulación original, el modelo estaba compuesto por el ejecutivo central, encargado de coordinar y supervisar la atención, y dos subsistemas especializados: el bucle fonológico, orientado al procesamiento verbal y auditivo, y la agenda visoespacial, destinada a mantener representaciones visuales y espaciales (Baddeley & Hitch, 1974). Posteriormente, y a raíz de hallazgos que no podían explicarse con los tres componentes originales, como la preservación del recuerdo inmediato de prosa en pacientes amnésicos, se introdujo el *buffer* episódico (Baddeley, 2000). Este subsistema integrador tiene la función de combinar información procedente de los distintos sistemas de la MT y vincularla con representaciones almacenadas en la memoria a largo plazo, permitiendo una representación coherente de episodios complejos (Baddeley,

2000). La evolución histórica del modelo, desde sus orígenes hasta las versiones actuales, muestra una notable capacidad de adaptación a los hallazgos empíricos y neuropsicológicos, al mismo tiempo que ha favorecido un diálogo constante con modelos alternativos, como el enfoque de procesos embebidos de Cowan (2016) o las propuestas de memoria distribuida de Postle (2006). En definitiva, el modelo multicomponente de Baddeley sigue vigente como uno de los marcos más útiles para vincular la MT con aprendizajes complejos, incluyendo la competencia matemática (Baddeley, 2012; Cowan, 2016; Postle, 2006).

La arquitectura actual del modelo es la siguiente (Figura 5):

Ejecutivo Central. El ejecutivo central constituye el núcleo del modelo y desempeña un papel de control atencional, asignando recursos, seleccionando estrategias y coordinando los subsistemas subordinados (Baddeley, 2012). Se han vinculado sus funciones con los principales procesos ejecutivos: inhibición, flexibilidad cognitiva (*shifting*), actualización de la información (*updating*) y coordinación dual (Miyake et al., 2000; Friedman & Miyake, 2017). Estas funciones no operan de manera aislada, sino que se articulan en un marco de unidad y diversidad, en el que cada una aporta a la ejecución de tareas cognitivas complejas (Friedman & Miyake, 2017). En el ámbito matemático, el ejecutivo central permite mantener en mente varios pasos de un procedimiento, seleccionar la estrategia más eficiente en función del problema y supervisar los resultados parciales, lo que lo convierte en un elemento esencial para la adquisición de destrezas de cálculo y resolución de problemas (Cragg et al., 2017).

Bucle Fonológico. El bucle fonológico está compuesto por un almacén fonológico, responsable de retener información verbal durante un breve periodo, y un proceso de repaso articulatorio, encargado de refrescar y mantener activa la información (Baddeley, 2012). Su existencia se apoya en fenómenos empíricos robustos como el

efecto de similitud fonológica (dificultad en recordar secuencias de palabras fonológicamente parecidas), el efecto de longitud de palabra (menor retención de palabras largas en comparación con palabras cortas) y la supresión articulatoria, que interfiere con la repetición subvocal y reduce la capacidad de almacenamiento (Baddeley et al., 2017). En relación con las matemáticas, este subsistema permite retener secuencias numéricas, reproducir hechos aritméticos memorizados y seguir instrucciones verbales en el aula, por lo que se ha asociado de forma consistente al rendimiento en conteo y cálculo mental (Rasmussen & Bisanz, 2005).

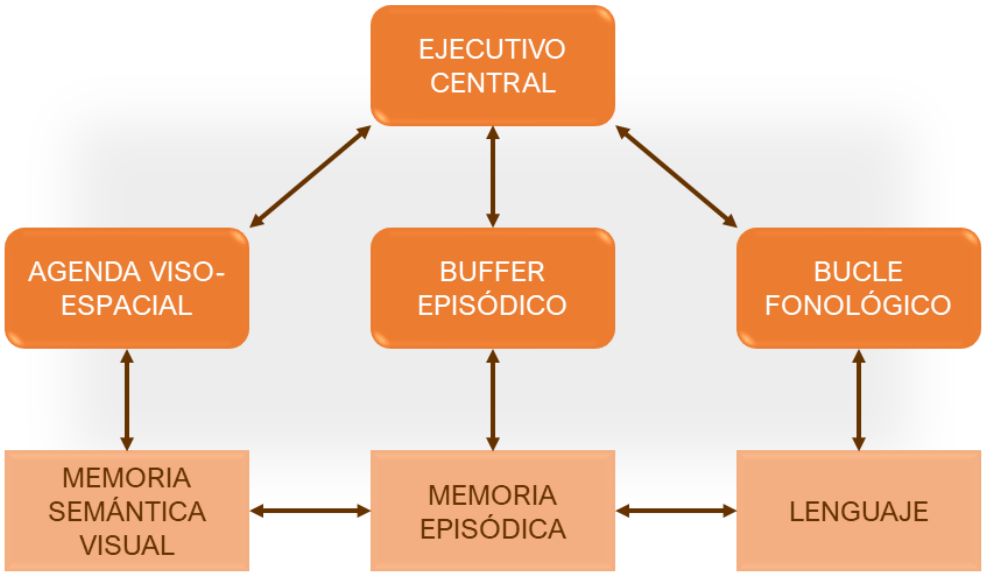
Agenda Visoespacial. La agenda visoespacial sostiene representaciones visuales y espaciales, apoyando tanto el almacenamiento como la manipulación de información de esta naturaleza. Logie (2014) la subdividió en dos componentes: un *visual cache*, encargado de mantener características como la forma y el color, y un *inner scribe*, vinculado a la localización y al movimiento espacial. Su relevancia en el aprendizaje matemático se observa en tareas como la manipulación de la LMN, la estimación de magnitudes o la organización espacial de elementos en problemas aritméticos (De Smedt et al., 2009; Fanari et al., 2019). La MT visoespacial en edades tempranas predice el rendimiento posterior en conteo, representaciones gráficas y resolución de problemas (Bull et al., 2008).

Buffer Episódico. El *buffer* episódico, introducido en la revisión de Baddeley del año 2000, permite la integración de información verbal, visual y semántica en una representación multimodal unificada. Baddeley (2000) lo describió como un almacén temporal de capacidad limitada, controlado por el ejecutivo central, y que actúa como interfaz con la memoria a largo plazo. Su papel en el aprendizaje matemático resulta de especial relevancia en la resolución de problemas con enunciado, donde el estudiantado debe integrar datos numéricos, información contextual y estrategias previas en una

representación coherente para seleccionar la vía de solución más adecuada (Baddeley, 2000; Repovš & Baddeley, 2006).

Figura 5.

Modelo multicomponente de Memoria de Trabajo de Baddeley



El estudio de la MT se ha apoyado en diferentes tareas experimentales. Entre las más utilizadas se encuentran los *span* simples, como la repetición de dígitos (*span* de dígitos) para evaluar el bucle fonológico o el Test de los Cubos de Corsi para la agenda visoespacial (Arce & McMullen, 2021; Giofrè et al., 2018). Estas pruebas miden la capacidad de almacenamiento sin carga de procesamiento adicional. Por otro lado, los *span* complejos combinan almacenamiento y procesamiento, como el *reading span* (Daneman & Carpenter, 1980) o el *operation span* (Turner & Engle, 1989), y se consideran más representativos de la contribución del ejecutivo central. Instrumentos como estos permiten establecer correlaciones sólidas entre MT y rendimiento en comprensión lectora, razonamiento abstracto y aprendizaje matemático (Peng et al., 2016).

Durante la infancia, la capacidad de la MT y la eficiencia del control atencional aumentan de forma progresiva (Gathercole et al., 2004). La distinción entre subsistemas verbales y visoespaciales es observable ya en la etapa preescolar, lo que sugiere un temprano fraccionamiento funcional (Gathercole et al., 2004). A nivel neurocognitivo, la MT se sostiene principalmente por una red fronto-parietal que incluye la corteza prefrontal dorsolateral, el cíngulo anterior y regiones parietales posteriores, con la participación dinámica de áreas sensoriales en función del tipo de información mantenida (Eriksson et al., 2015). Esto explica por qué el entrenamiento en tareas de MT puede transferirse a contextos como la aritmética, donde se requieren representaciones verbales y visoespaciales integradas.

El modelo multicomponente convive con otros marcos que enfatizan diferentes aspectos del funcionamiento de la MT. Por ejemplo, el modelo de procesos embebidos de Cowan (2016) plantea que la MT corresponde a un subconjunto de la memoria a largo plazo activada, con un foco atencional muy limitado, subrayando la continuidad entre ambos sistemas y la centralidad de la atención. Desde otra perspectiva, la teoría de la MT distribuida sostiene que no existe un módulo específico, sino que la MT emerge de la activación coordinada de múltiples sistemas cerebrales, incluyendo áreas sensoriales y motoras (Christophel et al., 2017; Postle, 2006). Por su parte, los modelos basados en recursos temporales, como la teoría TBRS (*Time-Based Resource Sharing*), explican la pérdida de información como resultado de la carga temporal que ocupa el procesamiento, lo cual obliga a realizar procesos de refresco para evitar el decaimiento (Barrouillet et al., 2007). Estos marcos se entienden como mutuamente excluyentes, sino como propuestas complementarias que permiten enriquecer la comprensión de los mecanismos cognitivos implicados en la MT y su relación con aprendizajes complejos como las matemáticas.

En cuanto a los hallazgos que relacionan la MT como predictor robusto de dominio general de las matemáticas a lo largo del desarrollo se encuentran diferentes investigaciones. Peng et al. (2016) indican que existe correlación entre la MT y las matemáticas, con asociaciones comparables para MT verbal, numérica y visoespacial; además, identifican moderadores relevantes vinculados al tipo de habilidad matemática y a las características muestrales (Educación Infantil, Primaria, con necesidades educativas, etc.). La MT explica una porción sustantiva de la varianza en el logro matemático más allá de medidas puramente de conocimiento procedimental. Ya desde el inicio de la escolaridad, De Smedt et al. (2009) evidencian que la MT se asocia de forma significativa con el logro matemático en 1.º y 2.º de Educación Primaria, y que el ejecutivo central emerge como predictor único de rendimiento en ambos cursos, subrayando el rol del control atencional en la adquisición de las matemáticas tempranas (De Smedt et al., 2009). También, en una cohorte seguida desde Educación Infantil hasta los 7 años, Bull et al. (2008) muestran que medidas de memoria a corto plazo, MT y funciones ejecutivas predicen las competencias académicas posteriores, incluidas las matemáticas, con contribuciones diferenciadas de los componentes de la MT. Este patrón sugiere que evaluaciones tempranas de la MT pueden actuar como marcadores diagnósticos para identificar riesgo de dificultades específicas de aprendizaje en matemáticas antes de su consolidación curricular. Es importante diferenciar entre los diferentes tipos de MT puesto que se ha encontrado que la relación entre esta y el rendimiento matemático en niños de entre 7 y 8 años no es uniforme, sino que depende del tipo de tarea matemática (Allen & Giofrè, 2021):

- La MT fonológica se vincula especialmente con el conteo y la retención de series numéricas, además predice mejor el desempeño en tareas de aritmética básica (Allen & Giofrè, 2021).

- La MT visoespacial se asocia a línea numérica mental, estimación, comparación de magnitudes y organización espacial de operaciones (Allen & Giofrè, 2021). También se considera más influyente en tareas con un componente visual fuerte, como la geometría y el manejo de datos (como gráficas y tablas) (Allen & Giofrè, 2021).

De manera específica, Fanari et al. (2019) muestran que subcomponentes visoespaciales activos predicen habilidades matemáticas tempranas en 1.º de Primaria, reforzando la especificidad funcional del enlace entre la MT y las matemáticas. A nivel global, todos los componentes de la MT se asocian con el rendimiento matemático en Educación Primaria, con una correlación más elevada para MT verbal en algunas muestras, rompiendo con la idea de una única vía visoespacial (Friso-van den Bos et al., 2013). Toll et al. (2010) detectaron que la MT contribuye a discriminar entre alumnado con y sin riesgo de dificultades específicas en matemáticas: analizaron inhibición, *shifting* y MT como marcadores de riesgo y mostraron diferencias sistemáticas entre el alumnado de bajo rendimiento y el de rendimiento típico; además, varias tareas de MT predijeron la pertenencia al grupo con dificultades de aprendizaje matemático. Este resultado sitúa a la MT como un predictor precoz relevante para la detección e intervención tempranas.

El impacto de la MT no es uniforme: depende de la estrategia empleada y de la edad. En investigaciones en la infancia y la adultez, Cragg et al. (2017) mostraron que la MT es crítica cuando el cálculo se apoya en procedimientos (como el conteo o la descomposición), y que su importancia varía con la edad y con el grado de automatización de los hechos aritméticos. Así, a medida que ciertos hechos se automatizan, el peso de la MT disminuye en tareas de cómputo básico, pero permanece en problemas con múltiples pasos y en la planificación estratégica (Cragg et al., 2017).

Por su parte, De Smedt et al. (2009) muestran que la predicción de la MT persiste aun controlando factores como el razonamiento no verbal, el lenguaje o el estatus socioeconómico. En su estudio, el ejecutivo central mantuvo su valor predictivo único sobre el rendimiento matemático tras incluir otras covariables cognitivas, lo que sugiere su importante papel en la consolidación de los aprendizajes matemáticos iniciales.

La contribución predictiva de la MT se mantiene desde Educación Infantil hasta Educación Secundaria, aunque el perfil de asociación cambia con la naturaleza de la tarea: la MT fonológica parece tener mayor peso en problemas con enunciado y la MT visoespacial en estimación espacial y recta numérica (Coolen & Castronovo, 2023; De Vita et al., 2021; Lee Swanson et al., 2021). En muchos casos, la mayor parte de la varianza explicada de la competencia matemática proviene de la interacción compartida entre ambos tipos, pero se observan patrones específicos según el subdominio (Allen & Giofrè, 2021). Se han encontrado asociaciones entre logro matemático general y componentes específicos (cálculo, resolución de problemas o estimación), apoyando la transferencia de la MT a múltiples subdominios de la competencia matemática (Gilmore et al., 2017; Ji et al., 2023).

En términos aplicados, la evidencia sugiere que:

- Medidas combinadas de MT verbal y visoespacial, junto a tareas complejas, mejoran la predicción del rendimiento matemático y la identificación de perfiles de riesgo; al trabajar en infantil con dificultades matemáticas, conviene identificar si los problemas se deben a limitaciones en la memoria verbal, en la visuoespacial, o en ambas (Allen & Giofrè, 2021).
- Adaptar las tareas instruccionales para externalizar pasos intermedios (el uso de la recta numérica, diagramas o material estructurado) reduce la demanda de la

MT en el alumnado con baja capacidad, optimizando el aprendizaje de estrategias y la transición a procedimientos más eficientes (Bull et al., 2008; Cragg et al., 2017).

Funciones Ejecutivas

Como se explicaba en el apartado anterior, en el modelo multicomponente de MT, el ejecutivo central asigna los recursos sobre los subsistemas (bucle fonológico, agenda visoespacial y *buffer* episódico) (Baddeley, 2012). La investigación diferencial sobre funciones ejecutivas (FE) (inhibición, *shifting* y *updating*) ha mostrado un patrón de unidad y diversidad: las FE comparten varianza común, pero cada una contribuye de forma diferenciada a tareas complejas (por ejemplo, al cálculo mental o a la resolución de problemas), ofreciendo un puente operativo entre el ejecutivo central y los resultados escolares (Friedman & Miyake, 2017). Este enfoque, inaugurado por Miyake et al. (2000) y ampliado por Friedman & Miyake (2017), sustenta la conexión teórica entre en MT y FE específicas implicadas en el rendimiento matemático.

- Inhibición: es la habilidad de suprimir respuestas automáticas o irrelevantes y resistir interferencias (por ejemplo, ser capaz de ignorar distractores o procedimientos incorrectos). En Educación Infantil, la inhibición explica varianza única en la competencia matemática tras controlar otras FE; su contribución es particularmente visible en tareas que exigen suprimir respuestas impulsivas (por ejemplo, elegir la estrategia apropiada en lugar de contar siempre) (Espy et al., 2018; Ng et al., 2015).
- *Shifting* (flexibilidad cognitiva): es la habilidad de alternar eficazmente entre reglas, estrategias, representaciones y procedimientos. Por ejemplo, poder pasar de conteo a descomposición o de una representación verbal a otra visoespacial (Ionescu et al., 2024). Se han encontrado asociaciones positivas con resolución

de problemas y con el uso adaptativo de estrategias en los primeros cursos de Primaria (Rahayuningsih et al., 2020).

- *Updating* (actualización): incorporar, sustituir y monitorizar información relevante en la memoria activa (por ejemplo, mantener y renovar resultados parciales). El *updating* contribuye de forma directa al cálculo mental y a la resolución de problemas al requerir mantener y reemplazar resultados intermedios (por ejemplo, en sumas encadenadas) (Van der Ven et al., 2011). Aunque se solapa conceptualmente con la MT, los análisis de componentes de FE muestran que el *updating* es un predictor diferencial de rendimiento aritmético, en ocasiones superando a la inhibición y al *shifting* (Van der Ven et al., 2011).

El conjunto de estos tres componentes captura la dimensión ejecutiva que, en conjunción con los almacenes de la MT, sostiene la cognición matemática en la infancia y la transición hacia el pensamiento matemático formal (Friedman & Miyake, 2017).

Las FE emergen y se refinan durante la etapa de Educación Infantil y el primer ciclo de Primaria, donde se vinculan de forma prospectiva con el crecimiento en las matemáticas (Fuhs et al., 2014). En Educación Infantil, el control inhibitorio y la autorregulación predicen rendimiento matemático al finalizar el curso y en cursos posteriores, incluso controlando covariables de competencias preacadémicas (Martins et al., 2023; McClelland et al., 2021). Las FE se han considerado marcadores tempranos de la trayectoria en matemática (Blair & Razza, 2007; Clark et al., 2010; McClelland et al., 2014; Monette et al., 2011). También Spiegel et al., 2021 han encontrado relaciones entre FE y logro académico, con tamaños de efecto comparables para matemática y lectura cuando se consideran medidas globales de FE; aun así, las relaciones con

matemática son iguales o ligeramente superiores según el subcomponente (por ejemplo, en la inhibición).

Más allá de la predicción concurrente, ten Braak et al. (2022) hallaron que las FE median vínculos longitudinales entre la competencia matemática temprana y los resultados en cursos superiores, sugiriendo un mecanismo compartido: quienes cuentan con una buena base numérica inicial desarrollan mejores FE en 1.º de Primaria, y estas a su vez facilitan matemática (y lectura) en 5.º. Este patrón se ha demostrado con modelos de mediación múltiple (inhibición, actualización y flexibilidad).

En Educación Infantil, las FE explican gran parte de la varianza en competencia matemática temprana, destacando el papel de la MT verbal, el *shifting* y la planificación (Bernal-Ruiz & Cerda, 2024). En cursos superiores (2.º, 6.º y 10.º), análisis de perfiles ejecutivos identifican combinaciones de inhibición, *shifting* y MT que discriminan logro y riesgo de dificultad matemática, incluso controlando la inteligencia fluida y la velocidad de procesamiento (Carriedo et al., 2024; Iglesias-Sarmiento et al., 2023). La importancia relativa de cada FE varía con la edad y la estrategia que se utiliza: cuando el alumnado recurre a procedimientos (como el conteo o la descomposición) la demanda ejecutiva aumenta; al automatizar hechos, el peso de las FE disminuye en cómputo básico, pero permanece en problemas multi-paso y en la elección o monitorización de estrategias (Cragg et al., 2017). En Educación Infantil y primer ciclo de Primaria, perfiles de FE suelen predecir mejor que una única FE aislada (Wiebe et al., 2008); en cursos mayores, aparecen patrones diferenciados según el subcomponente y la naturaleza de la tarea (Lee et al., 2013).

Las asociaciones entre las FE y el logro académico son robustas a nivel correlacional y predictivo; sin embargo, todavía hay evidencia limitada de efectos causales directos de entrenamientos de FE sobre el rendimiento académico (Jacob et al.,

2022). Esto no invalida su importancia, pero aconseja enfoques integrados, como la instrucción matemática, que externalicen pasos y reduzcan la carga ejecutiva, junto con prácticas de aula que promuevan la autorregulación, y diseños experimentales rigurosos que aíslen los mecanismos (Meltzer, 2018).

Velocidad de Procesamiento

La velocidad de procesamiento (VP) se refiere a la rapidez y eficiencia con la que el sistema cognitivo codifica, discrimina, decide y ejecuta operaciones básicas, desde tiempos de reacción simples hasta la elección de tareas complejas (como la búsqueda visual o la codificación simbólica) (Li et al., 2024). En el marco Cattell–Horn–Carroll (CHC), la VP (factor Gs) se reconoce como una habilidad amplia vinculada al rendimiento académico, junto al razonamiento fluido (Gf), el conocimiento cristalizado (Gc) y la MT (Gwm); concretamente, la VP mantiene asociaciones moderadas con el rendimiento académico, incluidas las matemáticas, especialmente cuando las tareas exigen rapidez y automatización (McGrew & Wendling, 2010). Además, diversos índices de VP correlacionan de modo consistente con el factor general, lo que sugiere un nexo mecanístico entre eficiencia temporal, control atencional y aprendizaje (Sheppard & Vernon, 2008). Durante el desarrollo del ser humano, la VP mejora con la edad y sustenta otros procesos: mejoras en la VP reducen el tiempo que la información permanece vulnerable en la MT, mitigando el decaimiento o la interferencia y favoreciendo el razonamiento y el cálculo (Kail et al., 2015).

La VP se operacionaliza con diferentes variables: a) tiempos de reacción (TR) simples y de elección; b) pruebas de inspección/decisión y búsqueda visual; c) tareas de códigos y búsqueda de símbolos (como claves del WISC (Wechsler, 2009)) que combinan velocidad visomotora, atención sostenida y emparejamiento rápido; y d) nombramiento automatizado rápido (RAN) como índice de acceso seriado a

representaciones y velocidad de recuperación (Cirino et al., 2018; Gerst et al., 2021). Este abanico permite capturar desde la latencia básica hasta la eficiencia de procesamiento en serie relevante para la fluidez aritmética y la ejecución escolar. Una VP más rápida disminuye el tiempo de mantenimiento activo, libera recursos de la MT y las FE y permite encadenar operaciones antes de que se produzca decaimiento o interferencia, favoreciendo la fluidez y la planificación en problemas multi-paso (Kail et al., 2015). En la evaluación, conviene combinar las diferentes variables operacionales de la VP para perfilar cuándo el bajo rendimiento matemático responde a limitaciones temporales. En la instrucción, externalizar pasos, reducir simultaneidad de demandas y desacoplar fases de planificación de las de ejecución rápida optimiza el rendimiento de alumnado con VP baja; cuando la meta es la fluidez, la práctica cronometrada gradual y con tareas bien aprendidas evita que la carga temporal distorsione la comprensión conceptual (Frolli et al., 2023).

En alumnado de 4 a 6 años, la resolución de problemas aritméticos con enunciado se asocia con la VP (tareas de TR) y con MT; los grupos que emplean cálculo mental o conteo con dedos muestran VP más rápida que quienes dependen de soportes visuales, sugiriendo que la eficiencia temporal facilita el tránsito hacia estrategias internas (Formoso et al., 2018). En Educación Primaria, la VP explica varianza única en matemáticas, sobre todo en exactitud y, de forma especialmente fuerte, en fluidez aritmética (aciertos por tiempo): la VP y el sentido numérico predicen el nivel inicial de exactitud aritmética y se asocia a la fluidez, aun controlando inteligencia fluida no verbal y FE (Wei et al., 2018). También, en estos primeros cursos se ha observado que la VP contribuye al desarrollo de la aritmética mental, junto a procesos fonológicos (Träff et al., 2025). Al principio de Educación Secundaria, la VP general y específica (ligada a

material numérico) muestran aportaciones diferenciales a las calificaciones de matemáticas (Cheng et al., 2021).

El peso de la VP es mayor cuando la tarea demanda respuestas rápidas y seriadas (como fluidez de hechos u operaciones cronometradas) y menor cuando prima la exactitud sin límite de tiempo (Goldhammer et al., 2024). Con la edad, la automatización de hechos numéricos reduce la dependencia de la VP en operaciones básicas, pero la VP sigue sosteniendo tareas con múltiples pasos y selección rápida de estrategias (Wei et al., 2018). Asimismo, distinguir entre VP general (perceptiva-decisional) y VP específica (número-símbolos) mejora la predicción: ambas aportan, pero la específica se alinea más con fluidez aritmética (Cheng et al., 2021). Algunos análisis en el marco CHC con medidas amplias encuentran efectos inconsistentes de Gs sobre el constructo *math broad*, aunque sí sobre cálculo y razonamiento en tareas concretas, matiz que subraya la sensibilidad de la VP al formato y la exigencia temporal de las pruebas (Caemmerer et al., 2023).

Se ha encontrado que grandes déficits en VP pueden diferenciar alumnado con y sin dificultades en matemáticas, lo que posiciona a la VP como marcador de riesgo (Haberstroh & Schulte-Körne, 2022). Además, la VP enlaza de forma consistente la fluidez en lectura y aritmética, mostrando en ocasiones vínculos más fuertes que otros predictores y explicando varianza compartida entre lectura y aritmética (Cirino et al., 2018). En Educación Infantil y primeros cursos de Educación Primaria la VP predice la fluidez posterior en ambas áreas (Georgiou et al., 2021; Hoff et al., 2023).

Inteligencia Fluida

La inteligencia fluida (IF), en el marco CHC el factor general (Gf), se define como la capacidad para razonar y resolver problemas novedosos mediante el control deliberado y flexible de la atención, sin depender de conocimientos previamente

aprendidos; se operacionaliza típicamente mediante razonamiento inductivo/deductivo y analogías abstractas (como las matrices) (Flanagan & Dixon, 2014; McGrew & Wendling, 2010). Es por ello que una de las medidas más extendidas y clásicas de evaluación de IF es la prueba de Matices Progresivas de Raven, ya que evalúan patrones y relaciones figuro-abstractas con una carga cultural y lingüística mínimas, y muestran buen uso en investigación educativa y estudios longitudinales (McGrew & Wendling, 2010; Yip et al., 2025). Versiones abreviadas y formas paralelas de Raven están validadas para Educación Infantil, Primaria y Secundaria, lo que facilita su inclusión en baterías escolares amplias (Yip et al., 2025).

La IF se relaciona estrechamente con la MT y las FE y se ve apoyada por la VP en la medida en que la eficiencia temporal reduce el decaimiento o las interferencias durante el razonamiento (Kail et al., 2015; Shipstead et al., 2016). Peng et al. (2019) encontraron que la IF mantiene una asociación consistente y de magnitud moderada con el rendimiento académico, especialmente en matemáticas. Esta relación se muestra más fuerte cuando se consideran habilidades matemáticas complejas, como la resolución de problemas verbales, el trabajo con fracciones o el álgebra, en comparación con competencias más básicas, y tiende a incrementarse conforme avanza la edad del alumnado. Además, identificaron que el nivel socioeconómico familiar modula esta asociación, particularmente durante las primeras etapas del desarrollo. En sus análisis longitudinales, los autores observaron también un patrón de influencia recíproca entre la IF y el rendimiento académico, de modo que cada uno contribuye al progreso del otro incluso controlando el desempeño inicial. Otros hallazgos en amplios rangos de edad (6–21 años) indican que la IF predice el logro matemático futuro por encima de otras habilidades cognitivas y numéricas, sosteniendo su papel como motor general del progreso en cálculo y resolución de problemas (Green et al., 2017). En estudios de

fracciones y razonamiento proporcional se han encontrado contribuciones únicas de la IF junto con habilidades numéricas específicas, explicando una gran proporción de la varianza en conocimiento de fracciones (Peng et al., 2019; Stelzer et al., 2019). En Educación Primaria y Secundaria temprana, la IF también predice la velocidad en el desempeño de actividades matemáticas a lo largo del tiempo cuando las tareas requieren selección y/o encadenamiento de reglas más que simple recuperación (Ren et al., 2015). Esto coincide con la evidencia de que la IF adquiere un papel más destacado cuando las tareas requieren establecer relaciones complejas y realizar inferencias flexibles (como ocurre en los problemas de varios pasos) en comparación con los ejercicios rutinarios (Green et al., 2017).

Por otro lado, se ha observado que el efecto de la IF sobre las matemáticas puede estar mediado por recursos de la MT y las FE y por habilidades numéricas de base (como el sentido numérico) (Vasilyeva et al., 2025). En Educación Primaria, la relación entre IF no verbal y rendimiento matemático aparece parcialmente mediada por el sentido numérico y por la aritmética básica, incluso controlando MT y nombramiento rápido (Zhou et al., 2022). También la VP contribuye indirectamente a la IF y al rendimiento al reducir el tiempo de mantenimiento y liberar control atencional (Kail et al., 2015). A su vez, se han propuesto modelos donde la atención y la VP son causas parciales de la varianza compartida entre IF y MT (Mashburn et al., 2024). Además, en etapas tempranas, el nivel socioeconómico familiar amplifica la relación entre IF y matemáticas, y su efecto se atenúa con la escolarización (Peng et al., 2019). En muestras clínicas o de riesgo, la IF mantiene aportaciones diferenciales junto a la MT, las FE y la VP en perfiles que discriminan dificultades matemáticas (Caemmerer et al., 2018; McGrew & Wendling, 2010).

Conciencia Fonológica

Finalmente, la conciencia fonológica (CF) se define como la capacidad de identificar, segmentar y manipular unidades sonoras del habla (palabras, sílabas, rimas y fonemas) (Martínez-Figueira et al., 2023). Esta habilidad constituye un proceso metalingüístico clave para el aprendizaje lector en sistemas alfabéticos (Stekić et al., 2023) y también resulta relevante para el desarrollo de la competencia matemática cuando las tareas implican codificación verbal, comprensión de enunciados o recuperación de hechos aritméticos, como las tablas de multiplicar (Amland et al., 2021).

El desarrollo de la CF progresa desde la sensibilidad a unidades grandes (rimas y sílabas) hacia unidades más pequeñas (fonemas) conforme avanza la escolaridad y aumenta la exposición a la lectura (Martinez-Figueira, 2023; Stekić et al., 2023). Este progreso sigue una trayectoria jerárquica dependiente del crecimiento léxico y del fortalecimiento de las representaciones fonológicas (Martinez-Figueira, 2023).

En términos funcionales, la CF se articula con la memoria a corto plazo y la MT verbal (Melby-Lervåg et al., 2016) y con procesos de VP, en particular el RAN, que refleja la eficiencia en el acceso fonológico (Georgiou et al., 2021). Este entramado conecta el componente fonológico con los sistemas de memoria y velocidad previamente descritos, ya que el procesamiento fonológico actúa como un canal de retención y acceso a representaciones numéricas codificadas verbalmente (por ejemplo, denominación de números o hechos aritméticos) y facilita la interpretación de los enunciados de problemas matemáticos en las primeras etapas del aprendizaje escolar (Zhou et al., 2022). RAN y CF predicen la fluidez lectora y, a su vez, la fluidez aritmética (hechos por tiempo), funcionando como un puente entre lectura y cálculo en el desarrollo (Cirino et al., 2018; Hoff et al., 2023).

Yang et al. (2022) identificaron que el procesamiento fonológico mantiene una relación consistente con el desempeño matemático. En su síntesis, la CF y la RAN mostraron vínculos más sólidos con las habilidades matemáticas que la memoria fonológica, y estas asociaciones tendieron a ser más fuertes en edades tempranas. Además, observaron que la relación varía según el tipo de tarea, siendo más marcada en medidas que evalúan la exactitud del desempeño, mientras que la RAN se asocia con tareas que requieren mayor fluidez. Estos resultados destacan el papel de la CF como un predictor fiable del rendimiento matemático, especialmente en tareas que dependen de representaciones verbales o de la comprensión lingüística de los enunciados. Desde 2.º a 5.º de Educación Primaria, las habilidades fonológicas predijeron diferencias individuales en cálculo escrito a lo largo del tiempo, incluso al considerar la covariación con la lectura (Hecht et al., 2001). Recientemente se ha observado que la CF en Educación Infantil predice la resolución de problemas verbales en cursos posteriores, junto con contribuciones de la atención visoespacial a otros subdominios (Meng et al., 2024). Estas trayectorias apuntan a vías diferenciadas: el componente fonológico pesa más en problemas con enunciado, mientras que procesos espaciales lo hacen en estimación, comparación y cálculo con varios pasos y con alto soporte visoespacial (Hecht et al., 2001, Meng et al., 2024). Además, en poblaciones con dislexia se observan déficits en hechos aritméticos y cálculo con carga verbal, manteniéndose relativamente intactas tareas no verbales de cantidad, lo que sugiere un nexo específico entre lenguaje, CF y ciertos componentes matemáticos (Amland et al., 2021; Göbel & Snowling, 2010; Matejko et al., 2022).

Es necesario distinguir la CF del lenguaje matemático (términos como “más que”, “antes de” o “mitad”), que constituye un predictor potente y específico de varias habilidades numéricas tempranas: el lenguaje matemático predice el desarrollo de la

mayoría de las destrezas numéricas tempranas por encima de otras habilidades de alfabetización emergente (Hornburg et al., 2024). En cambio, otros trabajos encuentran que, al controlar vocabulario, la CF puede no aportar varianza única a algunas medidas numéricas generales (Purpura et al., 2011).

En las etapas de Educación Infantil, la fuerza del vínculo entre la CF y el rendimiento matemático es mayor que en cursos posteriores, y se observa especialmente en los primeros ciclos escolares (Hoff et al., 2023). Este vínculo varía según el tipo de tarea matemática: las actividades verbales, los problemas con enunciado oral y los procesos de exactitud muestran asociaciones más fuertes con la CF que los cálculos puramente numéricos o las tareas de fluidez aritmética (LeFevre et al., 2022). Además, el idioma y el entorno instruccional modulan esta relación, de modo que las características morfológicas y fonológicas del idioma y los contextos de enseñanza favorecen o reducen la influencia de la CF sobre las matemáticas (Bonifacci et al., 2021). A nivel macro, se ha observado que el desarrollo del lenguaje favorece las matemáticaes y las matemáticas también contribuye al lenguaje; pero a medida que avanza la escolarización, el lenguaje y la lectura tienden a convertirse en el predictor dominante del rendimiento matemático (Kwok et al., 2021).

Tras conocer las bases del aprendizaje y los predictores relacionados con el aprendizaje matemático, se procede a discutir los problemas que pueden suceder en el aprendizaje normativo.

Riesgo de Dificultades en el Aprendizaje Matemático

Las Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas (DAM) se emplean habitualmente en el ámbito educativo como un término general que engloba problemas heterogéneos en el aprendizaje matemático y cuyas causas pueden ser múltiples (por ejemplo: falta de oportunidades educativas, baja motivación, dificultades emocionales o déficits cognitivos no específicos), sin implicar necesariamente un trastorno de origen neurobiológico y pudiendo ser transitorias (Noël & Karagiannakis, 2022). Por ello, es importante diferenciar de la discalculia, la cual se refiere a una dificultad específica del aprendizaje matemático no explicada por factores generales como la baja inteligencia o una escolarización inadecuada (Gurganus, 2022; Dowker, 2024). Además, la discalculia se considera un trastorno del neurodesarrollo que implica dificultades persistentes, severas y específicas, no atribuibles a bajo coeficiente intelectual, enseñanza inadecuada ni otros trastornos (Tablante et al., 2023). En relación con su clasificación diagnóstica, el DSM-5-TR contempla el uso del término discalculia para describir un patrón de dificultades caracterizado por problemas en el procesamiento de la información numérica, el aprendizaje de operaciones aritméticas y el cálculo correcto o fluido (APA, 2022; Santos et al., 2022). Aunque la discalculia se diagnostica y detecta a partir de los 6 años, los primeros signos de alarma pueden observarse ya en Educación Infantil en habilidades precursoras específicas como la discriminación de cantidades, el reconocimiento y comprensión de los números arábigos, la recuperación de hechos numéricos y el conteo (Andersson, 2010; Decarli et al., 2023; Vanbinst et al., 2014). A diferencia de las DAM, cuyo riesgo puede reducirse con una intervención temprana, la discalculia no se puede prevenir, si bien una identificación precoz puede beneficiar tanto al alumnado con discalculia como a quienes se encuentran en riesgo de presentar DAM al permitir intervenir y proporcionar herramientas de apoyo ajustadas (Geary, 2010; Van

Luit, 2015). En términos epidemiológicos, la mayoría de los autores sitúan la prevalencia de la discalculia entre el 5% y el 7% del alumnado en edad escolar, aunque los diagnósticos en la práctica educativa son mucho más escasos y no alcanzan el 1% (Butterworth et al., 2011; Decarli et al., 2023; Geary, 2011; Santos et al., 2022). La falta de detección y, con ello, la ausencia de intervención puede cronificar las dificultades y afectar al bienestar psicológico y al desarrollo personal, social y laboral durante la escolaridad y en la vida adulta (Aro et al., 2023; Mattson et al., 2024; Pijnenburg et al., 2021).

Como respuesta, los enfoques basados en respuesta a la intervención recomiendan la realización de cribados universales periódicos y la monitorización del progreso desde los primeros cursos de escolaridad para detectar cuanto antes a los alumnos en riesgo de dificultades de aprendizaje en matemáticas (Penner et al., 2019). Como se ha desarrollado en los capítulos anteriores, los cimientos del rendimiento matemático se establecen antes del inicio de la Educación Primaria, de forma que las competencias numéricas tempranas son un predictor robusto de la trayectoria posterior en matemáticas (Duncan et al., 2007; Jordan & Devlin, 2023). Por ello, las DAM probablemente tengan su origen en un desarrollo deficiente del sentido numérico y de las competencias de conteo, comparación y manipulación de cantidades en la etapa de Educación Infantil (Jordan et al., 2009; Jordan & Devlin, 2023). Por ello, la identificación de predictores tempranos de rendimiento matemático se considera clave para diseñar cribados en Educación Infantil que permitan detectar y apoyar a los niños en riesgo antes de que se consoliden patrones de fracaso académico (Jordan & Devlin, 2023; Penner et al., 2019). Signos tempranos de riesgo pueden identificarse ya en Educación Infantil, a partir de los predictores de dominio general y específico de las matemáticas descritos con anterioridad, lo que abre la puerta a la detección preventiva

antes de que se consoliden los déficits (Balıkcı & Melekoglu, 2020; Geary, 2004; Licastro et al., 2025). En este contexto, no se trata de diagnosticar un trastorno en Educación Infantil, ya que se tratan de dificultades, por lo que el objetivo es estimar el riesgo de futuras dificultades en matemáticas mediante procedimientos de *screening* que combinen la evaluación de habilidades matemáticas tempranas y de predictores cognitivos generales, permitiendo planificar intervenciones preventivas ajustadas al perfil del alumnado (Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Licastro et al., 2025; ten Braak et al., 2022).

En base a las habilidades matemáticas tempranas que se han descrito anteriormente y los hitos que el alumnado debe alcanzar en cada momento evolutivo, se ha desarrollado un amplio repertorio de instrumentos estandarizados para evaluar la competencia matemática en edades preescolares y primeros cursos de Primaria, que permiten identificar perfiles de riesgo en la adquisición del pensamiento numérico (Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Licastro et al., 2025). Entre estos instrumentos se encuentran pruebas como el *Early Numeracy Test* (ENT) y su adaptación en distintos países, que evalúan el conocimiento numérico informal y formal, aunque su uso se ha extendido más en contextos de investigación que en la práctica cotidiana de aula (Araújo et al., 2015; Licastro et al., 2025). Otra herramienta, el TEDI-MATH (Test para el Diagnóstico de las Competencias Básicas en Matemáticas), es una batería individual dirigida a alumnado de aproximadamente 4 a 8 años, diseñada desde un modelo de funcionamiento cognitivo que permite analizar en profundidad los procesos subyacentes a las dificultades numéricas (Grégoire et al., 2015). A diferencia de otras pruebas centradas principalmente en el rendimiento escolar, el TEDI-MATH se concibe como un instrumento de evaluación cognitiva profunda de las competencias numéricas básicas, útil tanto en el ámbito escolar como en el clínico, y especialmente apropiado para la

detección temprana de perfiles de riesgo de dificultades en matemáticas (Grégoire et al., 2015).

La evidencia sugiere que el uso de baterías como TEDI-MATH, combinado con medidas de rendimiento matemático curricular, mejora la sensibilidad y especificidad en la identificación de preescolares que posteriormente presentarán dificultades significativas en matemáticas (Grégoire et al., 2015; Licastro et al., 2025). Concretamente, en población de 4 a 6 años se ha observado que puntuaciones bajas en tareas de conteo, comparación de magnitudes y resolución de problemas del TEDI-MATH predicen un riesgo elevado de bajo rendimiento en aritmética y resolución de problemas en los primeros cursos de Educación Primaria (Aragón et al., 2014, 2020; Licastro et al., 2025). La interpretación del perfil de resultados en los test de matemáticas no debe limitarse a la clasificación del alumnado en función de un punto de corte, sino que ha de emplearse para orientar la intervención educativa, identificando los componentes numéricos y los procesos cognitivos más vulnerables en cada caso (Aragón et al., 2020; Grégoire et al., 2015).

En resumen, la evidencia convergente apoya la idea de que las pruebas específicas de matemáticas en Educación Infantil, y particularmente herramientas de diagnóstico, permiten identificar de forma temprana al alumnado con alto riesgo de DAM, siempre que se combinen con un seguimiento longitudinal y con información procedente del contexto escolar y familiar (Duncan et al., 2007; Licastro et al., 2025). Además de las medidas específicas de competencia numérica, se ha descrito también el papel predictivo de los procesos cognitivos de dominio general (MT, FE, VP, IF y CF) sobre el rendimiento matemático desde edades muy tempranas (Baggetta & Alexander, 2016; Bernal-Ruiz et al., 2023; ten Braak et al., 2022). Por ejemplo, se ha observado que déficits en MT y *shifting* en Educación Infantil aumentan significativamente la

probabilidad de presentar dificultades en matemáticas durante el primer ciclo de Educación Primaria (Morgan et al., 2009; ten Braak et al., 2022). A su vez, las diferencias individuales en estos procesos se mantienen relativamente estables a lo largo del tiempo y pueden contribuir a ensanchar las brechas de rendimiento matemático si no se interviene de forma temprana (Morgan et al., 2009; ten Braak et al., 2022). Desde esta perspectiva, la evaluación conjunta de predictores generales y específicos no solo permite mejorar la precisión en la identificación del riesgo, sino que proporciona información clave para diseñar intervenciones ajustadas al perfil cognitivo del niño, aspecto especialmente relevante en Educación Infantil (Aragón et al., 2020; Bernal-Ruiz et al., 2023; Nguyen et al., 2016).

Aunque en capítulos previos ya se han descrito detalladamente estos predictores, es importante subrayar que su entrenamiento sistemático en la etapa preescolar puede reducir el riesgo de dificultades posteriores y optimizar el efecto de las intervenciones centradas en contenidos matemáticos (Aunio et al., 2021; Mera et al., 2022; Muñez et al., 2022).

Intervención Temprana

Importancia de la Intervención Temprana

La intervención educativa temprana en el ámbito del aprendizaje matemático se ha consolidado como una estrategia importante para prevenir la aparición de dificultades, promover la equidad educativa y reforzar las competencias básicas desde la infancia (Duncan et al., 2007; Svane et al., 2023; Yıldız et al., 2025). Como ya se ha detallado, las habilidades matemáticas tempranas tienen un alto valor predictivo del rendimiento académico posterior, así como de indicadores de éxito educativo y laboral en la vida adulta (Jordan et al., 2009; OECD, 2023a; ten Braak et al., 2022). Por ello, intervenir de forma temprana no solo mejora el rendimiento inmediato, sino que tiene efectos duraderos sobre el desarrollo cognitivo, emocional y social de niños y niñas, al reducir la probabilidad de fracaso escolar y las actitudes negativas hacia las matemáticas (Lievore et al., 2024; Svraka et al., 2024).

Uno de los argumentos centrales a favor de la intervención temprana es la alta plasticidad cerebral que caracteriza los primeros años de vida, periodo durante el cual las experiencias de aprendizaje estructuradas tienen un impacto especialmente profundo (Fandakova & Bunge, 2020; Menon & Chang, 2021; Vogel & De Smedt, 2021). Como se describía en el apartado dedicado a las bases neurológicas del aprendizaje, se han localizado redes cerebrales implicadas en el procesamiento numérico y el cálculo, que se reorganizan de forma intensa durante la infancia, lo que convierte a esta etapa en una ventana de oportunidad para modular trayectorias de aprendizaje más adaptativas (Menon & Chang, 2021; Peters & De Smedt, 2018; Vogel & De Smedt, 2021). Del mismo modo, se ha señalado que gran parte del alumnado llega a la escolarización obligatoria con diferencias sustanciales en competencia matemática temprana, relacionadas en parte con el contexto socioeconómico y las oportunidades de

aprendizaje temprano, y que estas diferencias tienden a mantenerse e incluso ampliarse con el tiempo si no se interviene (Morgan et al., 2009; Scalise et al., 2018; ten Braak et al., 2022). En este sentido, la intervención temprana actúa como un mecanismo para mitigar la transmisión intergeneracional de las desigualdades educativas, al ofrecer experiencias de aprendizaje matemático ricas y estructuradas a alumnado que, de otro modo, podría no disponer de ellas en su contexto familiar (Harris & Petersen, 2017; Young et al., 2023).

Las intervenciones matemáticas en Educación Infantil pueden producir de efectos moderados a grandes sobre las habilidades matemáticas, especialmente cuando se implementan con cierta duración y calidad instruccional (Kroesbergen & Van Luit, 2003; Svane et al., 2023; Yıldız et al., 2025). Yıldız et al. (2025) encuentraron que programas como *Big Math for Little Kids*, *Building Blocks* y *Pre-K Mathematics*, muestran un tamaño de efecto *grande* en habilidades matemáticas tempranas y evidencian que las intervenciones de mayor duración obtienen beneficios significativamente superiores, mientras que ni el tipo de programa ni la edad de los participantes moderan de forma sustancial los resultados. Estos programas concretos muestran mejoras significativas en conteo, reconocimiento de números, comparación de cantidades y resolución de problemas, con efectos mantenidos en el tiempo en el inicio de la Educación Primaria. Reynvoet et al. (2021) concluyeron que las intervenciones en el pensamiento matemático informal pueden ser eficaces a lo largo de cualquier etapa educativa, aunque recomiendan iniciarlas en la etapa preescolar, incluir una variedad de contenidos con énfasis en habilidades generales y emplear métodos instruccionales explícitos. Además, señalan que las intervenciones digitales muestran una eficacia comparable a las tradicionales. A su vez, se ha observado que intervenciones centradas en juego matemático estructurado y actividades lúdicas guiadas por el docente también

producen mejoras relevantes en númeración, comparación de magnitudes y resolución de problemas en alumnado de entornos socioeconómicamente desfavorecidos (de Chambrier et al., 2021; Scalise et al., 2018).

En cuanto al tamaño del grupo de intervención, no existe un patrón concreto: algunos estudios no encuentran efectos sistemáticos del tamaño de grupo, mientras que otros identifican que intervenciones en grupos grandes o de aula completa pueden alcanzar efectos tan altos o incluso mayores que las implementadas en grupos reducidos, probablemente debido a diferencias en el perfil del alumnado atendido y en el diseño instruccional (Kroesbergen & Van Luit, 2003; Myers et al., 2022; Rojo et al., 2024). Estos resultados refuerzan la necesidad de diseñar intervenciones basadas en la evidencia que puedan integrarse en diversos contextos (aula completa, pequeños grupos o trabajo individual) manteniendo la calidad de la instrucción y el ajuste a las necesidades del alumnado de riesgo (Myers et al., 2022; Svane et al., 2023).

Como se detalló en apartados anteriores sobre los predictores de dominio general, no basta con enseñar contenidos matemáticos, sino que es recomendable intervenir sobre las habilidades cognitivas que los sustentan, especialmente en alumnado con bajo rendimiento o riesgo elevado (Bernal-Ruiz et al., 2023; ten Braak et al., 2022). Programas que integran el entrenamiento de MT y FE dentro de actividades matemáticas (por ejemplo, en tareas de comparación de magnitudes, estimación o subitización) han mostrado mejoras significativas tanto en los procesos cognitivos como en el rendimiento matemático en alumnado de 4 a 6 años (Aragón et al., 2020; Mera et al., 2022; Scerif et al., 2023). Las intervenciones combinadas, en las que se trabajan simultáneamente predictores de dominio general y de dominio específico, tienden a producir efectos mayores y más duraderos que aquellas centradas únicamente en contenidos aritméticos (Scerif et al., 2023).

En el ámbito concreto de la tecnología educativa, el uso de aplicaciones interactivas diseñadas desde la psicología del aprendizaje matemático ha demostrado ser eficaz para entrenar tanto habilidades numéricas básicas como determinados predictores cognitivos asociados (Benavides-Varela et al., 2020; Mera et al., 2022; Outhwaite et al., 2019). Por ejemplo, Mera et al. (2022) muestran que el uso de una serie de tareas en formato de aplicación móvil (app) mejoran de forma significativa la competencia matemática en alumnado de Educación Infantil, especialmente en aquel con bajo rendimiento inicial, y modula el funcionamiento de algunos predictores cognitivos generales y específicos (Aragón et al., 2020; Mera et al., 2022). Todo ello refuerza la propuesta de que las intervenciones dirigidas a alumnado con bajo rendimiento matemático en Educación Infantil deben basarse en el perfil cognitivo del niño, combinando el entrenamiento de predictores de dominio general y específico con la instrucción explícita en contenidos matemáticos (Aunio et al., 2021; Bernal-Ruiz et al., 2023).

Asimismo, la existencia de perfiles ejecutivos diferenciados en alumnado con dificultades de aprendizaje en matemáticas respalda la necesidad de realizar evaluaciones cognitivas amplias como base para la selección de objetivos de intervención y para el diseño de estrategias educativas personalizadas (Agostini et al., 2022; Kim et al., 2021). Intervenciones preventivas centradas en habilidades cognitivas fundamentales como la MT y la inhibición, especialmente cuando se integran en actividades matemáticas significativas, pueden reducir el riesgo de desarrollar dificultades graves en matemáticas y mejorar la respuesta a la instrucción regular (Aunio et al., 2021; Nguyen et al., 2016).

Características de Intervenciones Efectivas en Educación Infantil

Las intervenciones matemáticas tempranas deben estar basadas en la evidencia, ser integrales y sensibles al contexto, incorporando una serie de características clave (Clements & Sarama, 2008; Kim et al., 2021; Kroesbergen & Van Luit, 2003; Reynvoet et al., 2021; Svane et al., 2023).:

- Individualización. Es importante adaptar la intervención a las características, ritmos y necesidades de cada persona, utilizando información procedente de la evaluación de predictores generales y específicos para seleccionar objetivos y graduar la dificultad de las tareas (Bernal-Ruiz et al., 2023; Kim et al., 2021; Reynvoet et al., 2021).
- Carácter lúdico. El juego constituye la vía natural de aprendizaje en la infancia, y se ha demostrado que los enfoques lúdicos estructurados (como juegos de tablero numéricos, actividades de construcción o apps gamificadas) mejoran la motivación y el rendimiento matemático, especialmente en alumnado de entornos vulnerables (Mera et al., 2022; Ramani & Eason, 2015; Scalise et al., 2018).
- Sistematicidad. Las intervenciones más eficaces se organizan en secuencias progresivas de actividades, que abordan de manera explícita y repetida las habilidades objetivo, con suficiente intensidad temporal para consolidar los aprendizajes (Kroesbergen & Van Luit, 2003; Myers et al., 2022; Yıldız et al., 2025).
- Evaluación continua. La monitorización frecuente del progreso mediante instrumentos sensibles (como tareas breves de conteo, comparación de cantidades o herramientas específicas de evaluación de competencia matemática

temprana) permite ajustar la intervención, identificar a quienes no responden adecuadamente y prevenir la cronificación de las dificultades (Licastro et al., 2025).

- Inclusión del entorno. La colaboración de docentes y familias, mediante la comunicación sistemática, el envío de actividades sencillas para el hogar y la sensibilización sobre la importancia de las experiencias numéricas cotidianas refuerza los aprendizajes y contribuye a reducir las desigualdades de origen socioeconómico (Harris & Petersen, 2017; Young et al., 2023).

Finalmente, la intervención temprana en matemáticas posee no solo un valor pedagógico, sino también un alto impacto social, al contribuir a disminuir las desigualdades de rendimiento asociadas al nivel socioeconómico, mejorar las oportunidades de formación y empleo futuro y promover trayectorias escolares más exitosas para todos los niños y niñas, con independencia de sus condiciones de partida (Ritchie & Bates, 2013).

Intervenciones Basadas en la Tecnología

Para finalizar la introducción teórica, se exponen las características de las intervenciones basadas en la tecnología, así como un listado con algunas intervenciones recientes y los resultados obtenidos.

Como se detallaba en el apartado anterior, existe evidencia a favor de que las intervenciones basadas en la tecnología muestran resultados similares a las tradicionales, además de la importancia de trabajar no solo los predictores de dominio específico de las matemáticas, sino también los generales. La incorporación de la tecnología en el ámbito educativo ha transformado las metodologías de enseñanza-aprendizaje, especialmente en Educación Infantil, donde se reconoce el potencial de los

recursos digitales para apoyar el desarrollo de la competencia matemática temprana (OECD, 2023a; UNESCO, 2023). En este contexto, las intervenciones mediante apps y otros recursos digitales se conciben como herramientas complementarias que permiten enriquecer la enseñanza explícita de las matemáticas y, al mismo tiempo, favorecer la motivación y la implicación del alumnado en actividades numéricas significativas (Haßler et al., 2015; Verbruggen et al., 2021). Las intervenciones tecnológicas bien diseñadas tienden a producir efectos pequeños o moderados, pero consistentes, sobre el rendimiento matemático temprano y otras habilidades académicas en alumnado de 3 a 7 años, lo que apoya su uso como apoyo a la enseñanza tradicional (Kim et al., 2021; Outhwaite et al., 2023; Verbruggen et al., 2021). Asimismo, se destaca que los programas más eficaces son aquellos cuyo diseño pedagógico se apoya en la evidencia sobre los predictores cognitivos de la competencia matemática, integrando tanto habilidades de dominio específico como de dominio general (Friso-van den Bos et al., 2015; Mera-Cantillo et al., 2025; Verbruggen et al., 2021).

La integración de la tecnología en Educación Infantil se ha consolidado como una vía para crear entornos de aprendizaje más interactivos, visuales y manipulativos, en los que el alumnado puede explorar conceptos numéricos de manera activa y lúdica (Haßler et al., 2015; UNESCO, 2023). En el ámbito del aprendizaje matemático temprano, el uso de tablets y apps específicas permite presentar tareas graduadas en dificultad, con apoyos visuales y retroalimentación inmediata, lo que favorece la comprensión conceptual y el aprendizaje procedimental (Outhwaite et al., 2019; Schacter & Jo, 2017).

Las apps educativas de calidad suelen combinar elementos de instrucción directa (modelado explícito, ejemplos guiados y práctica estructurada) con componentes de juego, recompensas simbólicas y narrativas lúdicas, lo que contribuye a mantener la

atención y la motivación del alumnado de Educación Infantil (Outhwaite et al., 2019). Además, muchos de estos programas incorporan mecanismos de aprendizaje adaptativo que ajustan en tiempo real la dificultad de las actividades al rendimiento de quien lo usa, proporcionando itinerarios instruccionales personalizados (Kim, et al., 2021; Vaiopoulou et al., 2023). Entre las ventajas más señaladas de las intervenciones mediante apps y plataformas digitales para el aprendizaje matemático temprano caben destacar:

- Accesibilidad y portabilidad: las apps pueden utilizarse tanto en el aula como en el hogar, lo que facilita la continuidad del aprendizaje y refuerza la conexión escuela-familia en torno a las actividades relacionadas con los números (Mera et al., 2019; Rodríguez-Cubillo, 2021).
- Retroalimentación inmediata: las respuestas automatizadas permiten que quien las utilzia reciba información instantánea sobre la corrección de cada intento, favoreciendo procesos de ensayo y error y la autorregulación del propio aprendizaje (Schacter & Jo, 2017; Outhwaite et al., 2019).
- Aprendizaje personalizado: las aplicaciones adaptativas registran el desempeño del alumnado y ajustan el nivel de dificultad y el tipo de tareas, ofreciendo trayectorias diferenciadas que se acomodan al ritmo y al perfil de cada persona (Kim et al., 2021; Mera-Cantillo al., 2025).
- Alta motivación y compromiso: la inclusión de elementos de gamificación (puntos, retos, personajes y recompensas virtuales) y recursos multimedia (animaciones, sonidos y narraciones) incrementa el interés por las actividades matemáticas y la persistencia ante la tarea (Vaiopoulou et al., 2023).

- Desarrollo de competencias digitales: el uso guiado de tablets y apps en contextos educativos fomenta una familiarización temprana con las tecnologías digitales, integradas en situaciones de aprendizaje significativas y no meramente recreativas (OECD, 2023a; UNESCO, 2023).

Sin embargo, el potencial de estas herramientas depende en gran medida de la calidad del diseño instruccional y del rol que desempeña el profesorado en su selección, implementación y seguimiento (Outhwaite et al., 2023; Rodríguez-Cubillo, 2021). En este sentido, se insiste en que la tecnología no sustituye la mediación docente, sino que amplía las posibilidades de intervención, observación y evaluación continua del progreso del alumnado (Haßler et al., 2015; UNESCO, 2023).

Resultados Previos de Aprendizaje Mediante Tecnología

Como se viene exponiendo, las intervenciones basadas en tecnología pueden producir mejoras significativas en la competencia matemática temprana, a menudo comparables o superiores a las obtenidas con programas exclusivamente tradicionales, especialmente cuando se apoyan en principios de enseñanza eficaz y se implementan de forma sistemática (Outhwaite et al., 2019; Schacter & Jo, 2017; Verbruggen et al., 2021). Al mismo tiempo, entrenar de manera explícita tanto predictores de dominio general como específicos de las matemáticas tiende a mostrar efectos más amplios y generalizables sobre el rendimiento matemático (Friso-van den Bos et al., 2015; Mera-Cantillo et al., 2025).

En el marco nacional, los trabajos de Mera et al. (2019; 2025) han contribuido de manera destacable al desarrollo y validación de un conjunto de apps dirigidas a entrenar las bases cognitivas de la cognición matemática temprana, integrando actividades sobre magnitudes, subitización, cálculo sencillo y estimación en la recta numérica, junto con tareas de memoria de trabajo visoespacial y actualización (Mera et

al., 2019; Mera-Cantillo et al., 2025). La evidencia procedente de estos programas muestra que el uso sistemático de las apps se asocia con mejoras significativas en el pensamiento matemático informal (como en numeración y comparación de cantidades) y formal (conocimiento de hechos numéricos y cálculo) en alumnado de Educación Infantil, con tamaños del efecto elevados, especialmente en el alumnado con bajo rendimiento inicial (Mera-Cantillo et al., 2025). Por su parte, Fernández-Abella et al. (2019) compararon un programa de entrenamiento de la MT y de habilidades matemáticas básicas en formato digital y en formato papel y lápiz en alumnado de 4 y 5 años, observando mejoras significativas en el rendimiento matemático en ambos grupos y ausencia de diferencias relevantes entre las modalidades tecnológica y tradicional, lo que sugiere que la calidad del diseño pedagógico es un factor clave más allá del soporte utilizado. Este tipo de resultados respalda la idea de que las intervenciones tecnológicas pueden ser tan eficaces como las propuestas tradicionales cuando se integran en un marco didáctico sólido y supervisado por el profesorado (Fernández-Abella et al., 2019; Verbruggen et al., 2021).

En el ámbito internacional, varios ensayos controlados han mostrado que determinadas apps de matemáticas para Educación Infantil producen mejoras importantes en el rendimiento matemático de alumnado procedente de entornos diversos, incluyendo contextos de vulnerabilidad socioeconómica (Outhwaite et al., 2019; Schacter & Jo, 2017). Aunque la magnitud de los efectos varía en función del tipo de programa y de la población destinataria, el uso de apps educativas de alta calidad se asocia de forma consistente con ganancias en competencias como el conocimiento numérico, el conteo y la comprensión de la magnitud numérica (Kim et al., 2021; Outhwaite et al., 2023; Verbruggen et al., 2021).

Las investigaciones coinciden también en señalar que la tecnología debe entenderse como una herramienta al servicio de la práctica docente, y no como un sustituto del rol del profesor (Haßler et al., 2015; Outhwaite et al., 2019). En esta línea, se recomienda que los docentes ejerzan un papel activo en la selección de apps basadas en la evidencia, la planificación de su integración curricular y el acompañamiento del alumnado durante el uso de dispositivos, garantizando que las actividades digitales se ajusten a los objetivos de aprendizaje y sean inclusivas para todo el grupo (Rodríguez-Cubillo, 2021; UNESCO, 2023). Además, una de las fortalezas de las intervenciones digitales es la posibilidad de registrar automáticamente datos sobre el desempeño del alumnado (por ejemplo, aciertos, errores, tiempos de reacción y niveles de dificultad completados), lo que facilita un seguimiento individualizado del progreso y apoya un enfoque de evaluación formativa continua (Outhwaite et al., 2019). Este tipo de datos sobre el desempeño permiten ajustar en tiempo real las tareas a las necesidades del alumnado y ofrecen al profesorado información detallada para la toma de decisiones instruccionales (Kim et al., 2021; Outhwaite et al., 2023).

Otro aspecto relevante es la posibilidad de extender el trabajo matemático al hogar mediante apps que pueden utilizarse junto a las familias, lo que contribuye a enriquecer el entorno matemático en casa (Mera-Cantillo et al., 2025; Rodríguez-Cubillo, 2021). Las actividades de aplicación numérica en la vida cotidiana se han asociado con trayectorias más favorables de desarrollo matemático desde Educación Infantil hasta Educación Primaria, y predicen el crecimiento en el rendimiento matemático a lo largo de los primeros cursos (Zhang et al., 2020). Además, estas interacciones ayudan a niños y niñas a percibir la utilidad de los conceptos matemáticos en situaciones reales, reforzando su actitud positiva hacia las matemáticas (DePascale & Ramani, 2025; Zhang et al., 2020).

Esta evidencia permite concluir que el uso de tecnología en el aprendizaje matemático durante Educación Infantil constituye una oportunidad para mejorar la eficacia de las intervenciones tempranas, personalizar el proceso de enseñanza-aprendizaje y aumentar la implicación del alumnado mediante entornos atractivos, dinámicos y adaptativos, siempre que estas herramientas se seleccionen e implementen bajo criterios pedagógicos fundamentados (Kim et al., 2021; Mera Cantillo et al., 2025; Outhwaite et al., 2019).

Intervenciones Recientes Mediante Apps en Competencia Matemática Temprana

Finalmente, se sintetizan algunas de las intervenciones basadas en apps que han mostrado resultados positivos en la competencia matemática temprana en Educación Infantil.

- Outhwaite et al. (2019) evaluaron, mediante un ensayo controlado aleatorizado con 389 niños de 4-5 años en el Reino Unido, un conjunto de apps interactivas de matemáticas diseñadas para el currículo de Educación Infantil, comparando dos formas de implementación (como complemento a la práctica habitual o sustituyendo una actividad grupal de matemáticas) frente a la práctica estándar sin apps. El programa incluía tareas graduadas sobre conteo, comparación de cantidades, número y operaciones sencillas, con retroalimentación inmediata y un alto grado de interactividad. Los resultados mostraron que los niños que utilizaron las apps obtuvieron ganancias significativamente mayores en rendimiento matemático que el grupo control, tanto en los contenidos entrenados como en habilidades de razonamiento y resolución de problemas, sin diferencias entre las dos condiciones de uso de las apps, lo que indica que estas pueden

integrarse tanto como apoyo adicional como en sustitución de algunas actividades tradicionales sin detrimento del aprendizaje.

- Schacter y Jo (2017) analizaron la eficacia del programa *Math Shelf*, un currículo de matemáticas para tablet dirigido a alumnado de Educación Infantil de contextos socioeconómicamente desfavorecidos, en un estudio cuasi-experimental con 227 niños de 4 años. *Math Shelf* transformó manipulativos Montessori (como barras numéricas, cuentas o tableros) en manipulativos virtuales y propuso más de 150 actividades secuenciales para entrenar subitización, conteo, comparación de magnitudes, identificación de números, composición y descomposición numérica y cálculo sencillo. Tras 15 semanas de intervención, los niños del grupo de *Math Shelf* mostraron un aumento muy superior en su puntuación de conocimiento numérico en comparación con el grupo control (que seguía únicamente el currículo habitual), siendo especialmente pronunciadas las mejoras en el alumnado con menor nivel inicial, sugiriendo que este tipo de apps puede ser especialmente útil para el alumnado en riesgo de dificultades matemáticas.

- Pazouki et al. (2018) evaluaron *MaGrid*, una app de entrenamiento matemático temprana sin lenguaje, en un ensayo controlado aleatorizado con niños de 5 a 6 años en Luxemburgo, centrado en el desarrollo de habilidades visoespaciales y numéricas básicas a través de tareas de construcción, rotación mental, seriación y estructura espacial. El programa se diseñó como una intervención de corta duración integrada en la jornada escolar, con actividades breves y altamente visuales, sin instrucciones verbales, para facilitar su uso con alumnado multilingüe y con necesidades educativas especiales (Outhwaite et al., 2023; Pazouki et al. 2018). Los resultados mostraron mejoras significativas en

habilidades visoespaciales y en competencias matemáticas tempranas en el grupo que utilizó *MaGrid* frente al grupo control y efectos especialmente relevantes en alumnado con bajo rendimiento inicial, lo que apoya el valor de las apps sin lenguaje para contextos diversos (Pazouki et al. 2018; Outhwaite et al., 2023).

- Cary et al. (2020) estudiaron el programa *KinderTEK*, una app para iOS de instrucción matemática individualizada y adaptativa, a través de un diseño cuasi-experimental con alumnado de 5 a 6 años, utilizando medidas estandarizadas de rendimiento matemático y un seguimiento del uso de la app. *KinderTEK* presentaba actividades graduadas sobre conteo, cardinalidad, comparación de cantidades y resolución de problemas sencillos, adaptando el nivel de las tareas en función del desempeño del alumnado (Cary et al., 2020; Outhwaite et al., 2023). Se observaron efectos positivos sobre el rendimiento matemático en el grupo general, y los análisis centrados en el grupo con bajo rendimiento revelaron ganancias muy superiores en el grupo que trabajó con *KinderTEK* respecto al grupo control, reforzando una vez más la idea de que las apps adaptativas pueden ser especialmente eficaces para alumnado en riesgo de dificultades de aprendizaje (Cary et al., 2020; Outhwaite et al., 2023).

- Mera-Cantillo et al. (2025) desarrollaron e implementaron un programa de intervención compuesto por seis apps (Psicomates-Kids 1) para tablets, diseñadas para entrenar predictores cognitivos de dominio específico (comparación de cantidades, conteo rápido, cálculo básico, estimación en la recta numérica) y de dominio general (memoria de trabajo visoespacial y actualización) en alumnado de 5 años. Utilizaron un diseño cuasi-experimental con grupo de control y dos grupos experimentales (alumnado con bajo

rendimiento y alumnado con alto rendimiento inicial), 193 niños y niñas participaron en 35 sesiones de unos 25 minutos, con evaluación pre y post mediante TEMA-3. Los resultados mostraron mejoras significativas en el pensamiento matemático informal y formal en todos los grupos, pero con ganancias significativamente mayores en los grupos que utilizaron las apps frente al grupo control, especialmente en el alumnado con bajo rendimiento.

- Fernández-Abella et al. (2019) diseñaron un programa de entrenamiento de la MT y de habilidades matemáticas básicas para alumnado de 4 y 5 años, implementado en dos modalidades: una versión digital interactiva y una versión equivalente en formato papel y lápiz. A través de un diseño experimental con medidas pre y post, observaron mejoras significativas en el rendimiento matemático y en algunas medidas cognitivas en ambos grupos de intervención, sin diferencias significativas en la magnitud de las ganancias entre el grupo que utilizó el programa digital y el que trabajó con el material tradicional, lo que indica que el soporte tecnológico, por sí solo, no garantiza mayores efectos si no va acompañado de un diseño instruccional adecuado. Estos hallazgos se alinean con la idea de que la tecnología puede ofrecer resultados similares a los de intervenciones tradicionales siempre que la estructura pedagógica subyacente sea sólida y se mantenga la implicación activa del docente (Fernández-Abella et al., 2019; Verbruggen et al., 2021).

Estas intervenciones recientes muestran que las apps educativas para la competencia matemática temprana pueden producir mejoras significativas en el conocimiento numérico, las habilidades de cálculo inicial y otras habilidades cognitivas relevantes, con efectos especialmente notables en alumnado en riesgo o con bajo rendimiento, y que su eficacia depende de la calidad del diseño pedagógico, del ajuste a

los predictores de dominio específico y general y de su integración adecuada en la práctica docente y en la colaboración con las familias (Outhwaite et al., 2019; Kim et al., 2021; Mera-Cantillo et al., 2025; Zhang et al., 2020).

Se ha realizado una revisión teórica del tema; comenzando por la importancia de las matemáticas en general y continuando por diferentes corrientes teóricas que explican la adquisición del aprendizaje en general, y de las matemáticas, en concreto. Se han expuesto los principales hallazgos sobre los estudios del aprendizaje matemático, como el sentido numérico, el pensamiento matemático informal y formal, así como los diferentes predictores, tanto de dominio específico como general de las matemáticas. El estudio de estos predictores, y el conocimiento de su susceptibilidad hacia el entrenamiento, sugiere la viabilidad de entrenamientos a edades tempranas que permitan la prevención ante posibles riesgos en la adquisición de dificultades de aprendizaje en matemáticas. De hecho, se detalla la importancia y las características clave de una adecuada intervención. Se concluye el marco teórico con la relevancia que han adquirido las nuevas tecnologías e intervenciones que han demostrado eficacia en el entrenamiento de la competencia matemática.

Tras esta revisión, surgen algunas incógnitas pendientes de resolver y que propician el objetivo y las hipótesis del presente estudio. Se refleja la importancia de ambos tipos de predictores (de dominio general y específico) a la hora de abordar tanto una evaluación como una intervención temprana, pero en no siempre se lleva a cabo. También, son necesarias intervenciones con estudios de validación de su eficacia, especialmente en el ámbito de la tecnología, donde existen disponibles multitudes de apps que se venden como programas de intervención sin disponer de estudios científicos adecuados. Finalmente, es necesario comprobar los efectos de estas intervenciones a

largo plazo. Con esta revisión teórica y estas preguntas, se plantean unos objetivos e hipótesis de investigación que se detallan en el capítulo siguiente.

Capítulo 2. Objetivos e Hipótesis

Objetivos

Objetivo general

Mejorar la competencia matemática temprana en el alumnado de Educación Infantil con menor rendimiento a través de un programa de entrenamiento con apps.

Objetivos específicos

- Identificar al alumnado con un perfil de rendimiento matemático más bajo.
- Mejorar las habilidades de dominio específico de las matemáticas del alumnado.
- Mejorar las habilidades de dominio general de las matemáticas del alumnado.
- Relacionar los cambios ocurridos entre los predictores de dominio general y específico de las matemáticas.

Hipótesis

Para dar respuesta a los objetivos propuestos, se han planteado las siguientes hipótesis:

- H1: El entrenamiento mediante Psicomates-Kids 1 y 2 como estrategia educativa mejorará el rendimiento del alumnado en la competencia matemática temprana.
- H2: El entrenamiento mediante Psicomates-Kids 1 y 2 mejorará el rendimiento del alumnado sobre las habilidades de dominio general asociadas al pensamiento matemático.
- H3: Los cambios en la competencia matemática se relacionarán con los cambios experimentados en las habilidades de dominio general como consecuencia de Psicomates-Kids 1 y 2.
- H4: El entrenamiento mediante Psicomates-Kids 1 y 2 favorecerá una mejora en el futuro rendimiento del alumnado.

Capítulo 3. Método

Instrumentos de evaluación

En primer lugar, para la evaluación de los diferentes predictores de dominio general y específico de las matemáticas, se seleccionaron una serie de pruebas. En la Tabla 3 se observa un resumen de la selección y el constructo que evalúa. Para conocer con más detalle cada prueba, se puede consultar el Protocolo de Evaluación diseñado para el entrenamiento del personal evaluador de este estudio (Anexo 1).

Tabla 3.

Pruebas de evaluación de los predictores de dominio general y específico de las matemáticas

Prueba	**Variable**	**Autores**
Test para el Diagnóstico de las Competencias Básicas en Matemáticas. TEDI-MATH	Competencia Matemática Temprana	(Grégoire et al., 2015)
Early Year Toolbox (EYT): Mr. Ant	Memoria de Trabajo Visoespacial	(Howard & Melhuish, 2017)
Early Year Toolbox (EYT): Card Sorting	*Shifting*	(Howard & Melhuish, 2017)
Early Year Toolbox (EYT): Go/No-Go	Inhibición	(Howard & Melhuish, 2017)
Prueba de Claves del Test WPPSI-III	Velocidad de Procesamiento	(Wechsler, 2009)
Batería de Inicio a la Lectura (BIL 3-6)	Conciencia Fonológica	(Sélles et al., 2010)
Prueba de Dígitos en Orden Directo e Inverso del Test WISC-IV	Memoria de Trabajo Verbal	(Wechsler, 2005)
Test de Matrices Progresivas de Raven Color	Inteligencia Fluida	(Raven, 1993)

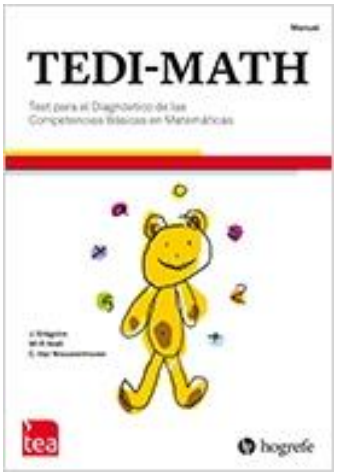
Variable de Competencia Matemática Temprana

Test para el Diagnóstico de las Competencias Básicas en Matemáticas. TEDI-MATH (Grégoire et al., 2015)

La prueba utilizada para evaluar la competencia matemática. Esta prueba está destinada a la evaluación de la competencia matemática temprana y la detección de problemas relacionados con su adquisición (Figura 6). Se compone de seis grandes subtests, cada uno compuesto por una serie de tareas, que a la vez se componen de otras subtareas. Para cada una se proporcionan unos baremos en percentiles que permite comparar la situación del evaluado con la población de referencia. La prueba no está diseñada para evaluar conocimientos escolares adquiridos ni niveles superiores de rendimiento. La aplicación se lleva a cabo de manera individual, con una duración de 45 minutos aproximadamente.

Figura 6.

Portada TEDI-MATH



Nota. Reproducido de *Test para el Diagnóstico de las Competencias en Matemáticas. TEDI-MATH,* J. Grégoire et al., 2015, TEA

Los seis grandes subtests son Contar, que incluye Numerar, Comprensión del sistema numérico, Operaciones lógicas, Operaciones aritméticas, que incluye operaciones con apoyo de imágenes, con enunciado verbal y con enunciado aritmético; y Estimación del tamaño.

En función de la edad de aplicación, se administran unas pruebas y subpruebas u otras. En la Tabla 4 se presentan aquellas que se utilizaron en el presente estudio, correspondientes a la población de Educación Infantil de 5 años.

Para la administración, se cuenta con diferentes materiales: tres cuadernos de estímulos, fichas, tarjetas, papel y lápiz. Las respuestas se anotaron en el cuaderno de respuesta. Para la corrección, se suman las puntuaciones obtenidas en cada ítem para obtener la puntuación de cada subtest.

Tabla 4.

Pruebas y subpruebas del TEDI-MATH

Subtest	Tareas	Subtareas
1. Contar	1.A. Contar hasta el número más alto posible 1.B. Contar con un límite superior 1.C. Contar con un límite inferior 1.D. Contar con límites inferior y superior	
2. Numerar	2.A. Numerar conjuntos lineales 2.B. Numerar conjuntos aleatorios 2.C. Abstracción de los objetos contados 2.D. Números cardinales	Conjunto de conejos y Conjunto de leones Conjunto de tortugas y Conjunto de tiburones Conjuntos equivalentes Utilización funcional del número
3. Comprobación del sistema numérico	3.A. Sistema numérico arábigo 3.B. Sistema numérico oral	Decisión numérica escrita y Comparación números arábigos Decisión numérica oral
4. Operaciones lógicas	4.A. Series numéricas 4.B. Clasificación numérica 4.C. Conservación numérica 4.D. Inclusión numérica	Series de árboles Fichas alineadas y Fichas en motones
5. Operaciones	5.A. Operaciones con apoyo de imágenes 5.B. Operaciones con enunciado aritmético 5.C. Operaciones con enunciado verbal	Sumas
6. Estimación	6.A. Comparación de modelos de puntos dispersos	

Nota. Reproducido de *Test para el Diagnóstico de las Competencias en Matemáticas. TEDI-MATH,* J. Grégoire et al., 2015, TEA

En cuanto a la consistencia interna de TEDI-MATH, muestra un alfa de Cronbach mayor de 0.87 en cada subprueba según la validación española (Tabla 5), indicando una buena fiabilidad.

Tabla 5.

Consistencia interna del Test TEDI-MATH

Subprueba	**α de Cronbach**
Contar	0.87
Numerar	0.84
Sistema numérico arábigo	0.96
Sistema numérico oral	0.98
Operaciones lógicas	0.93
Operaciones con apoyo de imágenes	0.94
Operaciones con enunciado aritmético	0.99
Operaciones con enunciado verbal	0.94
Estimación del tamaño	0.95

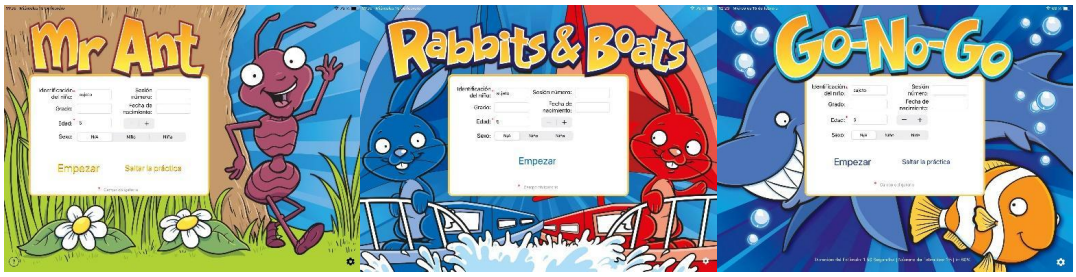
Variables de Dominio General de las Matemáticas

Early Year Toolbox (EYT) (Howard & Melhuish, 2017)

Para la evaluación de la MT visoespacial y las FE, se utilizaron pruebas pertenecientes a la batería EYT. EYT es una colección de herramientas en formato app que evalúa diferentes áreas claves del desarrollo (Figura 7). El tiempo de administración es de aproximadamente 5-10 minutos por cada prueba.

Figura 7.

Portadas EYT: Mr.Ant, Card Sorting y Go/No-Go



Nota. Reproducido de *Early Year Toolbox*, Howard & Melhuish, 2017

Mr. Ant. La prueba *Mr. Ant* evalúa la MT visoespacial, es decir, la cantidad de información visual que puede ser coordinada en la mente realizando alguna actividad. En esta prueba, se presenta la imagen de una hormiga sobre la que aparece, por unos instantes, una serie de puntos de colores. A continuación, estos puntos desaparecen y el niño o la niña debe pulsar el lugar donde estaban situados.

Consta de 8 niveles con 3 ítems cada uno. En cada nivel, el número de puntos aumenta en 1, empezando por 1 punto y terminando por 8. La prueba se detiene al fallar en 3 ítems del mismo nivel.

Card Sorting. La tarea *Card Sorting* evalúa la FE *shifting*, es decir, la habilidad de controlar y redirigir la atención. En esta prueba se presentan dos tipos de cartas: de

color y de forma. El evaluado o evaluada tiene que seleccionar la respuesta en función de uno de los dos tipos. Se compone de tres ítems de 6 intentos cada uno.

En el primero, el juego de los colores, se debe seleccionar la respuesta en función del color: si la figura es roja, debe unirse al rojo y si es azul, al azul.

En el segundo, el juego de las formas, la instrucción cambia, y hay que agrupar en función de la figura: uniendo los barcos con los barcos y los conejos con los conejos.

En el tercero, sólo disponible si se han superado con un máximo de 2 fallos las tareas anteriores, se agrupan según se cumpla una condición. Si aparece un cuadro negro alrededor de la figura, deberá jugar al juego de los colores, pero si no aparece, deberá jugar al juego de las formas.

Go/No-Go. La prueba *Go/No-Go* evalúa la función ejecutiva inhibición, es decir, la habilidad de controlar los impulsos a la hora de dar una respuesta. En esta prueba, aparecerán cruzando la pantalla un pez o un tiburón. La instrucción es pulsar la pantalla cuando aparezca el pez (*Go*) y no pulsarla cuando aparezca el tiburón (*No-Go*).

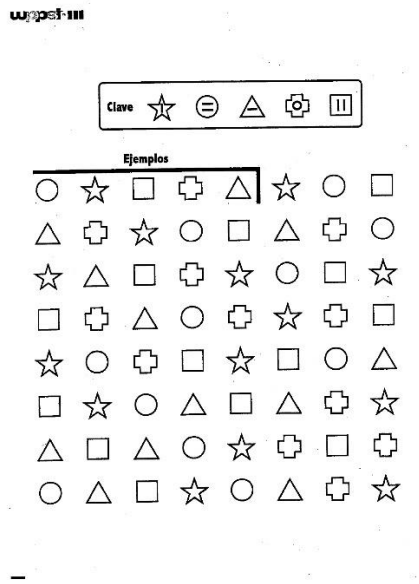
La prueba se compone de 75 intentos, divididos en 3 rondas de 25. El α de Cronbach según la validación original es de 0.95.

Prueba de Claves del Test WPPSI-III (Wechsler, 2009)

Esta prueba, presente en la Figura 8, se utilizó para evaluar la VP. Para ello, el evaluado o la evaluada debe rellenar con un lápiz una serie de figuras con símbolos siguiendo el modelo presentado en la parte superior en un tiempo máximo de 120 segundos. Estas figuras deben rellenarse siguiendo el sentido de la escritura sin saltarse ninguno.

Figura 8.

Prueba de Claves

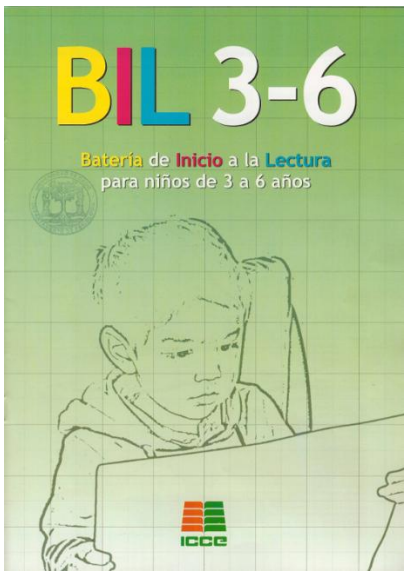


Nota. Reproducido de *WPPSI-III: escala de inteligencia de Wechsler para preescolar y Primaria-III: manual técnico y de interpretación*, Wechsler, 2009, Pearson

Batería de Inicio a la Lectura (BIL 3-6) (Sélles et al., 2010)

Figura 9.

Portada BIL 3-6



Nota. Reproducido de *Batería de Inicio a la Lectura (BIL 3-6)*, Sélles et al., 2010, ICCE

Para la evaluación de la conciencia fonológica se utilizaron una serie de subpruebas de la BIL 3-6 (Figura 9). Concretamente:

- La subprueba de conocimiento fonológico: aislar sílabas y fonemas. Quien evalúa dice una serie de palabras y pregunta cuál de ellas empieza por una sílaba o un fonema. El evaluado o evaluada debe indicar a qué palabra se refiere (α de Cronbach según la validación original es de 0.82).
- La subprueba contar sílabas. Quien evalúa dice una serie de palabras y el evaluado o evaluada cuántas sílabas la componen a través del número o dando palmadas (α de Cronbach=0.81).
- La subprueba conocimiento fonológico: omisión de sílabas. Quien evalúa dice una palabra y el evaluado o evaluada debe repetirla omitiendo la última sílaba (α de Cronbach=0.73).

Prueba de Dígitos en Orden Directo e Inverso del Test WISC-IV (Wechsler, 2005)

La prueba de dígitos se utilizó para evaluar la MT verbal a través de la repetición de unas series compuestas por números. Se compone de dos subtareas: dígitos directos e inversos. En directos, el evaluado o evaluada debe repetir los números en el mismo orden que los escucha, mientras en inversos debe repetirlos al revés, comenzando por el último número y acabando por el primero.

Cada subtest se compone de 8 ítems, y cada ítem de 2 intentos de dificultad progresiva (añadiendo una cifra a la serie). La prueba se interrumpe al fallar 2 intentos del mismo ítem. Para el subtest Dígitos del WISC-IV, la validación original no informa alfa de Cronbach, sino un coeficiente de consistencia interna tipo dos mitades, con un valor medio de r=0.87.

Test de Matrices Progresivas de Raven Color (Raven, 1993)

Esta prueba se utilizó para evaluar la IF. Se presentan una serie de figuras incompletas en las que el evaluado o evaluada debe establecer relaciones lógicas para descubrir el patrón y seleccionar la figura que completa la matriz. Se compone por un total de 36 ítems, subdivididos en tres subescalas de 12 ítems cada una: A, B y AB, ordenadas con dificultad creciente. Su formato minimiza la influencia del lenguaje y de los aprendizajes escolares, por lo que resulta especialmente útil en población infantil.

En cuanto a sus propiedades psicométricas, el test tiene una fiabilidad test-retest de r=0.80.

Instrumentos de Intervención: Psicomates-Kids 1 y 2

Los instrumentos de intervención son dos apps compuestas por una serie de tareas que trabajan los diferentes precursores de dominio general y específico de las matemáticas. En total, el programa se compone de 13 tareas (7 de dominio general y 6 de dominio específico). Entre las tareas que componen este programa, 6 pertenecen a un programa de intervención previo (Mera, 2022) y 7 son de nueva creación para completarlo, incluyendo 5 nuevas tareas para los predictores de dominio general y 2 para los de dominio específico. Concretamente *El restaurante del Bosque de Mon* y las 6 tareas de la app Psicomates-Kids 2 son aquellas que no han sido validadas previamente.

Los diseños, sonidos y animaciones, pertenecen a “Babyradio” de la empresa educativa infantil “babypar” (Figura 10), de la provincia de Cádiz, y cuyos diseños son conocidos por el público objetivo, generando un atractivo en el público infantil y continuando la tradición de colaboración del primer pack de tareas (Mera et al., 2022).

Figura 10.

Logo de la empresa colaboradora: babypar

En la pantalla principal se encuentran los iconos para acceder a las diferentes tareas como se ve en la Figura 11. Existen 14 tareas, pero se utilizaron 13. *Cuenta Letras con Mon* no fue utilizada en este programa.

Figura 11.

Pantallas iniciales de las apps Psicomates-Kids 1 y 2



A continuación, se describe cada tarea, agrupadas por aquellas que se enfocan en entrenar los predictores de dominio general y de dominio específico de las matemáticas.

Habilidades de Dominio general

Busca al Duende Pedrito

Descripción general. En la tarea Busca al duende Pedrito (Figura 12), aparece en pantalla una serie de agujeros numerados. A través de estos agujeros, se asomará el duende Pedrito. Hay que memorizar la secuencia en la que sale el duende y marcarla en el mismo orden.

Precursor. Memoria a corto plazo visoespacial y verbal (esta última solo en los niveles con círculos numerados).

Instrucción completa. "Mira los agujeros por los que sale el duende Pedrito y señálalos cuando la luz se ponga en verde."

Instrucción abreviada. "Observa y señala en el mismo orden."

Niveles. Esta tarea cuenta con 3 niveles.

- Nivel 1: aparecen 6 agujeros numerados, presentando secuencias progresivas de 2 a 4 apariciones.
- Nivel 2: aparecen 10 agujeros numerados, presentando secuencias progresivas de 3 a 5 apariciones.
- Nivel 3: igual que el nivel 2, con la diferencia de que los agujeros no están numerados.

Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 10 intentos, divididos en 3 ejercicios. La diferencia entre los ejercicios es el número de apariciones que hace el duende Pedrito. Para superar cada nivel es necesario acertar 8 intentos (el 80% del total). Cuando se introduce la cadena de forma correcta, aparece el duende Pedrito contento y un sonido de niños coreando "¡Bien!", mientras que si falla el duende está

triste y los niños dicen “¡Oooh…!”. De la misma forma, cuando un nivel es superado, el duende Pedrito da la enhorabuena. Si no, el duende aparece triste.

Figura 12.

Busca al duende Pedrito



Conejito Lupito Vuelve a Casa

Descripción general. En la tarea Conejito Lupito vuelve a casa (Figura 13) se muestra al conejito Lupito en el extremo izquierdo de la pantalla, junto a su madriguera. En el centro de la pantalla, hay unos círculos de tierra por los que el conejito avanzará hasta el extremo derecho, donde se encuentra la casa de Mamá Osa a la que va a visitar. Por el camino, con cada paso, pierde una zanahoria. Hay que indicar el camino de vuelta a la madriguera para que el conejito recoja las zanahorias que ha perdido. La persona jugadora debe tocar los círculos en orden inverso al presentado (desde la casa de Mamá Osa hasta la madriguera).

Precursor. Memoria de trabajo visoespacial

Instrucción completa. "Indica por donde debe regresar Lupito a su madriguera para recuperar todas las zanahorias."

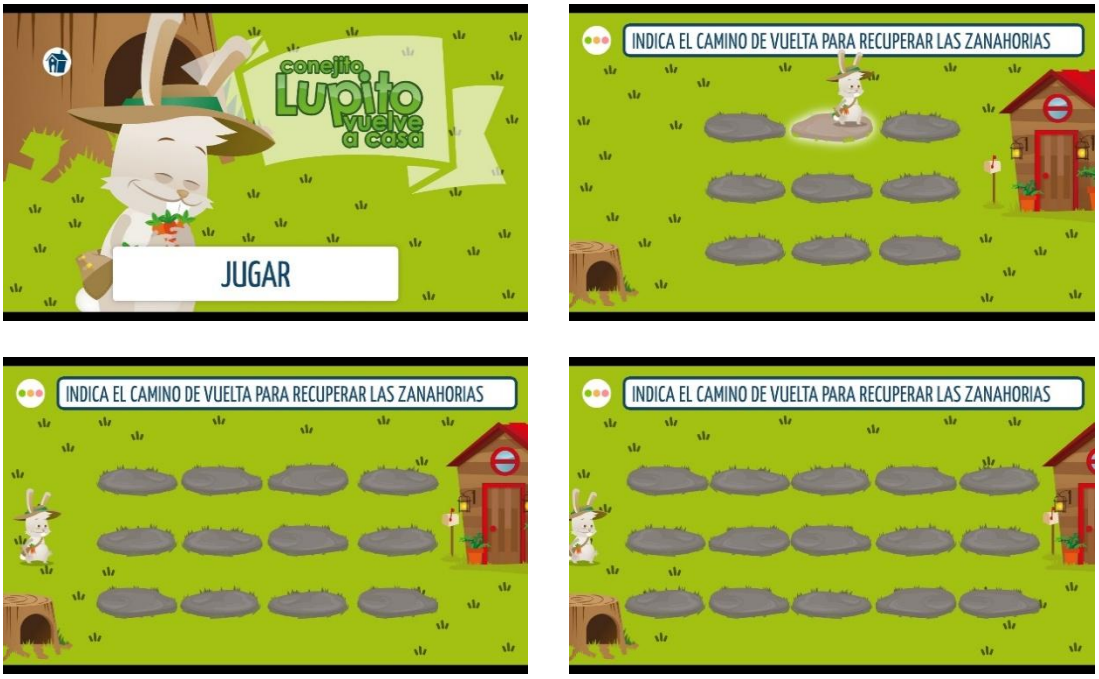
Instrucción breve. "Indica el camino de vuelta."

Niveles. La tarea consta de tres niveles de dificultad.

- Nivel 1: la cuadrícula del camino es de 3x3, por lo que hay que memorizar una secuencia de 3 pasos.
- Nivel 2: la cuadrícula del camino es de 4x3, por lo que hay que memorizar una secuencia de 4 pasos.
- Nivel 3: la cuadrícula del camino es de 5x3, por lo que hay que memorizar una secuencia de 5 pasos.

Figura 13.

Conejito Lupito vuelve a casa



Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 10 intentos. Para superar cada nivel es necesario acertar 8 intentos (el 80% del total). Cuando se introduce la cadena de

forma correcta, aparece el conejito Lupito contento y un sonido de niños coreando "¡Bien!", mientras que si falla el conejito está triste y los niños dicen "¡Oooh…!". De la misma forma, cuando un nivel es superado, el conejito Lupito da la enhorabuena. Si no, el conejito aparece triste.

Sigue la Flecha con el Duende Pedrito

Descripción general. En la tarea Sigue la flecha con el duende Pedrito (Figura 14) aparece un ascensor donde se monta el duende Pedrito para subir o bajar del árbol. En este ascensor hay dos flechas, de las cuales una se ilumina durante el trayecto. A la derecha de la pantalla hay dos botones con flechas, una señalando hacia arriba y otra hacia abajo. La persona jugadora tiene que pulsar el botón situado al lado derecho de la pantalla que se corresponda con la flecha iluminada del ascensor, independientemente de si está subiendo o bajando.

Precursor. Funciones ejecutivas. Inhibición

Instrucción completa. "Fíjate en el ascensor que usa el duende Pedrito y pulsa el botón que tenga la flecha en la misma dirección que la flecha del ascensor"

Instrucción abreviada. "Pulsa el botón que tenga la flecha en la misma dirección que la flecha del ascensor"

Niveles. Esta tarea consta de tres niveles de dificultad.

- Nivel 1: hay que pulsar el botón correspondiente a la flecha iluminada del ascensor.
- Nivel 2: igual que el nivel 1, pero con un aumento en la velocidad del ascensor, teniendo que responder más rápido.

- Nivel 3: igual que el nivel 2, añadiendo como dificultad que los botones de la derecha pueden aparecer alternados (la flecha que señala hacía arriba aparece abajo y viceversa).

Figura 14.

Sigue la flecha con el Duende Pedrito



Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 12 intentos, teniendo que acertar 9 para superar el nivel (el 80% de los intentos). En la pantalla, aparece un marcador en el que aparecen los aciertos. Cuando el botón pulsado es el correcto, sonará la voz del duende Pedrito exclamando "¡Buen trabajo!". Si falla, se escuchará un niño abucheando "¡Oooh…!". En caso de no pulsar ningún botón, sonará un sonido de error. Finalmente, si el nivel es superado, aparecerá una animación del duende Pedrito dando la enhorabuena, mientras que, si no lo supera, aparecerá triste pidiendo que lo intente de nuevo.

El Restaurante del Bosque de Mon

Descripción general. En la tarea El restaurante del Bosque de Mon (Figura 15) hay un restaurante con unas mesas y unos personajes realizando pedidos. Cada uno pide una serie de cosas, que se muestran mediante dibujos en un bocadillo. El objetivo es recordar el último pedido de cada cliente y señalarlos en orden.

Precursor. Funciones ejecutivas. *Updating*

Instrucciones. “Recuerda el último plato que pide cada cliente.” *y* “Señala el último pedido de cada cliente en orden.”

Niveles. Esta tarea cuenta con 3 niveles de dificultad.

- Nivel 1: la cadena se compone de 3 alimentos.
- Nivel 2: la cadena se compone de 4 alimentos.
- Nivel 3: la cadena se compone de 5 alimentos.

Figura 15.

El restaurante del Bosque de Mon



Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 10 intentos, teniendo que acertar 8 para superar el nivel (el 80% de los intentos). En la pantalla, aparece un marcador en el que aparecen los aciertos. Cuando serie de alimentos sea la correcta, Mon aparecerá contento junto al sonido de acierto. Si se falla o pasa el tiempo, Mon aparecerá triste junto al sonido de error. Finalmente, si el nivel es superado, aparecerá

una animación de Mon dando la enhorabuena, mientras que, si no lo supera, aparecerá triste pidiendo que lo intente de nuevo.

Descifra con el Conejito Lupito

Descripción general. En la tarea Descifra con el Conejito Lupito (Figura 16), el conejito Lupito quiere entrar en su madriguera. La puerta aparece cerrada y junto a ella hay un teclado numérico. Para entrar, el conejito dirá un código numérico que tiene que ser marcado en el teclado.

Precursor. Memoria a corto plazo verbal.

Instrucción completa. "Recuerda los números que estoy dictando y márcalos en el teclado de la madriguera en el mismo orden que he dicho"

Instrucción abreviada. "Marca los números en el mismo orden"

Niveles. La tarea consta de tres niveles.

- Nivel 1: la secuencia numérica es de 3 cifras.
- Nivel 2: la secuencia numérica es de 4 cifras.
- Nivel 3: la secuencia numérica es de 5 cifras.

Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 10 intentos, teniendo que acertar 8 para superar el nivel (el 80% de los intentos). En la pantalla, aparece un marcador en el que aparecen los aciertos. Cuando la secuencia sea introducida correctamente y se pulse el botón de confirmar, la puerta se abrirá y el conejito Lupito entrará contento en casa. Si falla, el conejito se chocará con la puerta. En caso de no pulsar ningún botón, sonará un sonido de error. Finalmente, si el nivel es superado, aparecerá una animación del conejito Lupito dando la enhorabuena, mientras que, si no lo supera, aparecerá triste pidiendo que lo intente de nuevo.

Figura 16.

Descifra con el conejito Lupito



Fly contra Spill

Descripción general. En la tarea Fly contra Spill, aparece una pantalla con un mar lleno de peces (Figura 17). Algunos de ellos están sucios, con manchas, mientras otros están limpios. La tarea de Fly, el superhéroe es limpiar los peces que Spill, el villano, ha ensuciado. Por otro lado, Spill se encargará de ensuciar todos los peces limpios posibles. El jugador tendrá que interpretar el papel correspondiente al personaje que se muestre en pantalla, que irá cambiando de manera aleatoria en lapsos de entre 2 y 8 segundos.

Precursor. Funciones ejecutivas. *Shifting*.

Instrucción. “Pulsa sobre los peces sucios cuando veas a Fly, el superhéroe, y pulsa sobre los peces limpios cuando veas a Spill, el villano.”

Niveles. La tarea consta de tres niveles de dificultad.

- Nivel 1: los peces sucios aparecen estáticos debajo de Fly y los limpios debajo de Spill.

- Nivel 2: los peces sucios y limpios aparecen distribuidos aleatoriamente por toda la pantalla. Siguen estáticos.
- Nivel 3: los peces sucios y limpios aparecen distribuidos aleatoriamente por toda la pantalla y en movimiento.

Figura 17.

Fly contra Spill



Puntuación y feedback. A diferencia de las otras tareas, en esta se consigue 2 puntos por cada acierto y se pierde un punto por cada fallo, siendo el mínimo de puntos posibles por obtener 0 (no hay valores negativos). El jugador tiene un total de 60 segundos para conseguir la mayor cantidad de puntos posibles. Al finalizar el tiempo, aparecerá una pantalla con Fly alegrándose y la cantidad de puntos obtenidos. En caso de obtener 0 puntos, será Spill el personaje que aparezca alegre junto al mensaje de 0 puntos logrados, dando la opción de jugar de nuevo.

Mon y las Palabras

Descripción general. Esta tarea trata de añadir la pieza con la sílaba que falta para completar las diferentes palabras que se mostrarán en la pizarra. En la pizarra aparecerá tanto alguna de las piezas que componen la palabra, como el dibujo (Figura 18). Bajo la pizarra, las diferentes opciones. Si se pulsa cada objeto (piezas y dibujo), se reproducirá el sonido correspondiente.

Precursor. Conciencia fonológica

Instrucción completa. "En la pizarra hay un dibujo. Púlsalo para saber cómo suena. Ayuda a Mon a completar la palabra arrastrando la pieza correcta a la pizarra."

Instrucción breve. "Completa la palabra arrastrando la pieza correcta a la pizarra."

Niveles. La tarea tiene tres niveles de dificultad.

- Nivel 1: aparece en la pizarra la primera sílaba de las palabras de dos sílabas. Hay que añadir la última.
- Nivel 2: aparece en la pizarra la última sílaba de las palabras de dos sílabas. Hay que añadir la primera.
- Nivel 3: aparece en la pizarra la primera y la última sílaba de las palabras de tres sílabas. Hay que añadir la sílaba central.

Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 10 intentos, teniendo que acertar 8 para superar el nivel (el 80% de los intentos). En la pantalla, aparece un marcador en el que aparecen los aciertos y los errores. Cuando se coloque la pieza, si es la correcta, aparecerá Mon alegre y el sonido de unos niños diciendo "¡Bien!", añadiendo un punto al marcador. Si se introduce una pieza incorrecta o se acaba el tiempo (30 segundos), aparecerá Mon junto a un sonido de error y unos niños diciendo

“¡Oooh…!”. Finalmente, si el nivel es superado, aparecerá una animación de Mon el Dragón dando la enhorabuena y dando paso al siguiente nivel, mientras que, si no lo supera, aparecerá triste pidiendo que lo intente de nuevo.

Figura 18.

Mon el Dragón y las palabras



Habilidades de Dominio específico de las matemáticas

Rapicuenta con Mon el Dragón

Descripción general. Durante un breve periodo de tiempo aparecerá en pantalla, en función del nivel, una serie de dedos, puntos o estrellas (Figura 19). Cuando desaparezcan, hay que pulsar sobre la cifra correspondiente al número de estímulos que aparecieron anteriormente.

Precursor. Subitización

Instrucciones. Niveles 1 y 3: "Cuenta los dedos y señala el número a continuación."*;* Nivel 2: "Cuenta los puntos y señala el número a continuación."; y, Nivel 4: "Cuenta las estrellas y señala el número a continuación."

Niveles. Esta tarea tiene cuatro niveles de dificultad.

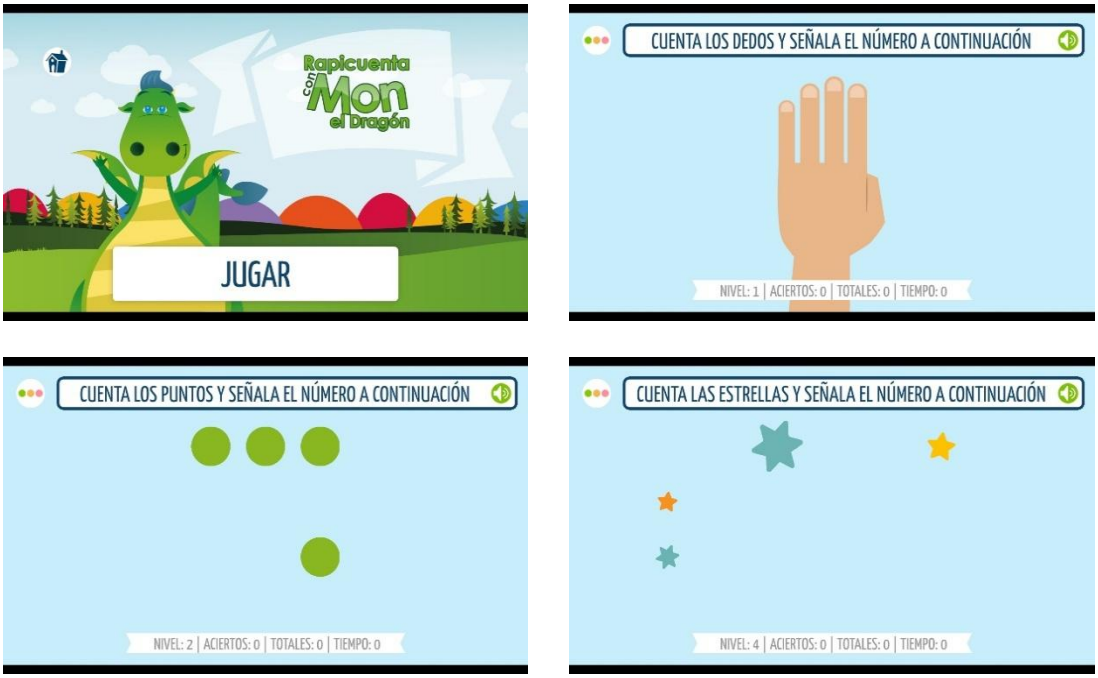
- Nivel 1: aparece una mano, pudiendo aparecer entre 1 y 5 dedos.
- Nivel 2: aparece un conjunto de puntos alineados dentro de una cuadrícula invisible 3x3, pudiendo aparecer entre 1 y 9 puntos.
- Nivel 3: aparecen dos manos, pudiendo aparecer entre 1 y 10 dedos.
- Nivel 4: aparece un conjunto de estrella distribuidas aleatoriamente por la pantalla, pudiendo aparecer entre 1 y 10 estrellas.

Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 10 intentos, teniendo que acertar 8 para superar el nivel (el 80% de los intentos). En la pantalla, aparece un marcador en el que aparecen los aciertos. Cuando la cifra pulsada sea la correspondiente a la cantidad de estímulos, será correcto y Mon aparecerá contento junto a un sonido de acierto. Si falla o pasa el tiempo, Mon aparecerá triste junto a un sonido de error. Finalmente, si el nivel es superado, aparecerá una animación de Mon dando la

enhorabuena, mientras que, si no lo supera, aparecerá triste pidiendo que lo intente de nuevo.

Figura 19.

Rapicuenta con Mon el Dragón



Las Recetas de Mamá Osa

Descripción general. En la tarea Las recetas de Mamá Osa aparece una cocina con una estantería llena de ingredientes, una receta y un horno (Figura 20). En la receta aparece el número necesarios de ingredientes para preparar el pastel. Hay que arrastrar al horno la misma cantidad de ingredientes que aparece en la receta y luego pulsar el botón rojo.

Precursor. Conteo

Instrucción completa. "Arrastra desde la nevera hasta el horno el número de ingredientes que aparecen en la receta. Cuando hayas terminado, pulsa el botón rojo."

Instrucción abreviada. “Arrastra los ingredientes hasta el horno. Cuando hayas terminado, pulsa el botón rojo.”

Niveles. La tarea tiene tres niveles de dificultad.

- Nivel 1: el número de ingredientes que aparecen en la estantería y en la receta coinciden, siendo el número máximo 10.
- Nivel 2: el número de ingredientes que aparecen en la estantería y en la receta no coinciden, apareciendo 15 en la estantería y hasta 12 en la receta.
- Nivel 3: el número de ingredientes que aparecen en la estantería y en la receta no coinciden, además ya hay ingredientes en el horno. Aparecen 15 en la estantería y hasta 12 en la receta y desde 1 hasta 11 en el horno.

Figura 20.

Las recetas de Mamá Osa



Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 10 intentos, teniendo que acertar 8 para superar el nivel (el 80% de los intentos). En la pantalla, aparece un marcador en el que aparecen los aciertos. Cuando se pulse el botón rojo, si la cantidad

de ingredientes que hay en el horno se corresponde con la cantidad solicitada en la receta, Mamá Osa aparecerá contenta y en el horno se verá un bonito pastel. En cambio, si no se corresponden o se acaba el tiempo, Mamá Osa estará triste y en el horno aparecerá un pastel chamuscado. Finalmente, si el nivel es superado, aparecerá una animación de Mamá Osa junto a un pastel bonito dando la enhorabuena, mientras que, si no lo supera, aparecerá triste, con el pastel quemado en las manos y pidiendo que se intente de nuevo.

La Seta del Duende Pedrito

Descripción general. En la tarea La seta del duende Pedrito aparece una seta con el número 10 y dos huecos. En el hueco izquierdo aparecen diamantes o números y el derecho está vacío (Figura 21). A la derecha, hay una caja con diamantes o números. Hay que poner en el hueco vacío de la seta, la cantidad necesaria para, junto a la cantidad que aparece en el hueco de la izquierda, sumar 10.

Precursor: Descomposición numérica/Conteo en base 10/ Representación simbólica o no simbólica del número

Instrucciones. “Coloca en la casilla de la derecha los diamantes que faltan para llegar a 10.”; “Coloca en la casilla de la derecha el número que falta para llegar a 10.”; y, “Coloca en la casilla de la derecha la cantidad que falta para llegar a 10.”

Niveles. La tarea consta de tres niveles de dificultad.

- Nivel 1: procesamiento no simbólico. Hay que arrastrar diamantes para que en total haya 10.
- Nivel 2: procesamiento simbólico. En lugar de diamantes, hay que arrastrar números arábigos para sumar 10.
- Nivel 3: se combinan ambos sistemas.

Figura 21.

La seta del Duende Pedrito



Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 10 intentos, teniendo que acertar 8 para superar el nivel (el 80% de los intentos). En la pantalla, aparece un marcador en el que aparecen los aciertos. Cuando se pulse el botón de confirmación, si la cantidad depositada en ambos lados da la seta da como resultado de su suma 10, el duende Pedrito aparecerá alegre junto a un sonido de acierto, mientras que, si el resultado es diferente o se acaba el tiempo, aparecerá triste junto a un sonido de error. Finalmente, si el nivel es superado, aparecerá una animación del Duende Pedrito dando la enhorabuena, mientras que, si no lo supera, aparecerá triste pidiendo que lo intente de nuevo.

Compara Cantidades con Mon el Dragón

Descripción general. Esta tarea se divide en dos: al principio, consiste en seleccionar donde hay mayor cantidad, ya sean puntos o números arábigos. Después, hay que seleccionar dónde hay menos (Figura 22). Las cantidades mínimas y máximas serán de 0 y 9.

Precursor. Comparación de magnitudes simbólicas y no simbólicas

Instrucciones. Tarea 1: "Señala donde hay más." y, Tarea 2: "Señala dónde hay menos."

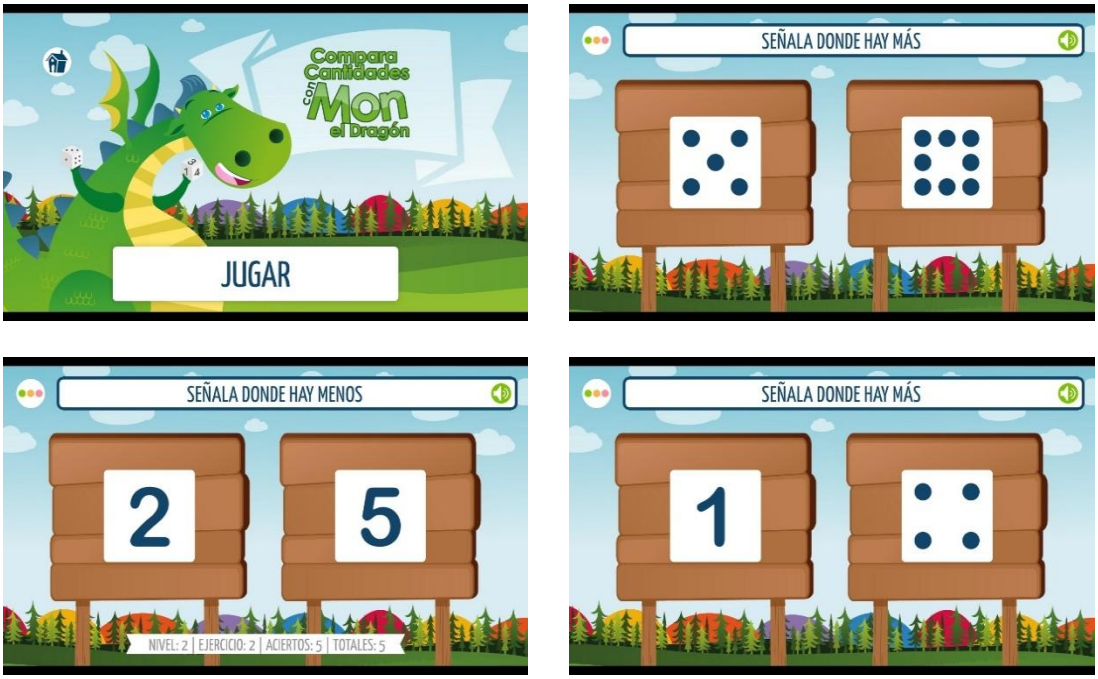
Niveles. Esta aplicación cuenta con tres niveles de dificultad.

- Nivel 1: comparación no simbólica. Aparecen dos cantidades de puntos y hay que indicar cuál de ellas es mayor (en la tarea 1) o menor (en la tarea 2).
- Nivel 2: comparación simbólica. Aparecen dos cifras en números arábigos y hay que indicar cuál de ellos es mayor (en la tarea 1) o menor (en la tarea 2).
- Nivel 3: comparación en sistemas mixtos. Aparecen dos cantidades, una de puntos y otra en números arábigos. Hay que indicar cuál de ellas es mayor (en la tarea 1) o menor (en la tarea 2).

Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 10 intentos, 5 para la tarea 1 y 5 para la tarea 2, teniendo que acertar 8 en total para superar el nivel (el 80% de los intentos). En la pantalla, aparece un marcador en el que aparecen los aciertos. Cuando se pulse sobre la cantidad correcta, aparece Mon contento junto al sonido de acierto, mientras si es erróneo o se acaba el tiempo, aparecerá triste junto al sonido de error. Finalmente, si el nivel es superado, aparecerá una animación de Mon felicitando y dando paso al siguiente nivel, mientras que, si no lo supera, aparecerá triste pidiendo que se vuelva a intentar.

Figura 22.

Compara cantidades con Mon el Dragón



Encuentra el Número Escondido

Descripción general. En la pantalla aparece una línea que se corresponde con la línea numérica (Figura 23). Aparecen como guías el primer y el último número (0 y 10 o 20 según el nivel), y la cifra central (excepto en el nivel 3, 5 o 6 según el nivel). La tarea se divide en dos partes: en la primera, aparece un número y hay que pulsar en el lugar de la línea numérica dónde debería estar. En la segunda parte, aparece una marca en la línea numérica, teniendo que seleccionar qué número sería el que se encontraría en esa posición.

Precursor. Estimación en la línea numérica: Posición-Número (P-N) y Número-Posición (N-P)

Instrucciones. Tarea 1: "Señala la posición de este número en la línea.", y Tarea 2: "Señala a qué número corresponde la marca en la línea."

Niveles. Esta actividad tiene tres niveles de dificultad.

- Nivel 1: La línea empieza en el 0 y acaba en el 10. Se dispone de la marca en el número 5, en el centro, como guía.
- Nivel 2: La línea empieza en el 0 y acaba en el 20. Se dispone de la marca en el número 10, en el centro, como guía.
- Nivel 1: La línea empieza en el 0 y acaba en el 20. No hay marca en el número central como guía.

Figura 23.

Encuentra el número escondido con Mon el Dragón



Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 10 intentos, 5 para la tarea 1 y 5 para la tarea 2, teniendo que acertar 8 en total para superar el nivel (el 80% de los intentos). En la pantalla, aparece un marcador en el que aparecen los aciertos. Cuando se pulse sobre el lugar en la línea o el número correspondiente a la marca, aparece Mon contento junto al sonido de acierto, mientras si no es correcto o se acaba el tiempo, aparecerá triste junto al sonido de error. Finalmente, si el nivel es superado, aparecerá

una animación de Mon felicitando y dando paso al siguiente nivel, mientras que, si no lo supera, aparecerá triste pidiendo que se vuelva a intentar.

Calcula con Mon

Descripción general. El objetivo del juego es completar las operaciones que aparecen en pantalla. Para ello, hay que pulsar sobre el resultado de la operación (niveles 1 y 2) o el signo correspondiente (nivel 3) (Figura 24).

Precursor. Hechos numéricos (sumas y restas)

Instrucciones. Niveles 1 y 2, tarea 1: "Calcula la suma. Señala cuál es el resultado."; Niveles 1 y 2, tarea 2: "Calcula la resta. Señala cual es el resultado."; Nivel 3, tarea 1: "¿Es una suma o una resta? Señala si quieres sumar o restar.*"; y,* Nivel 3, tarea 2: "La cuenta está incompleta ¿Qué número falta? Señala qué número falta."

Niveles. Esta tarea consta de tres niveles, con dos tareas diferentes cada uno.

- Nivel 1: Se compone de dos tareas. La primera se compone de cinco sumas. La segunda se compone de cinco restas.
- Nivel 2: Se compone de dos tareas. En ambas hay que completar operaciones (sumas y restas aleatorias). En la primera, el resultado es menor a 5. En la segunda, el resultado es menor a 10.
- Nivel 3: Se compone de dos tareas. La primera se compone de cinco operaciones a las que le falta el símbolo. La segunda falta un numero entre los componentes de la operación.

Puntuación y feedback. Cada nivel se compone de 10 intentos, 5 para la tarea 1 y 5 para la tarea 2, teniendo que acertar 8 en total para superar el nivel (el 80% de los intentos). En la pantalla, aparece un marcador en el que aparecen los aciertos. Cuando se pulse sobre la cifra o el signo correcto, aparece Mon contento junto al sonido de

acierto, mientras si no es correcto o se acaba el tiempo, aparecerá triste junto al sonido de error. Finalmente, si el nivel es superado, aparecerá una animación de Mon dando la enhorabuena y paso al siguiente nivel, mientras que, si no es superado, aparecerá triste pidiendo que se vuelva a intentar.

Figura 24.

Calcula con Mon el Dragón

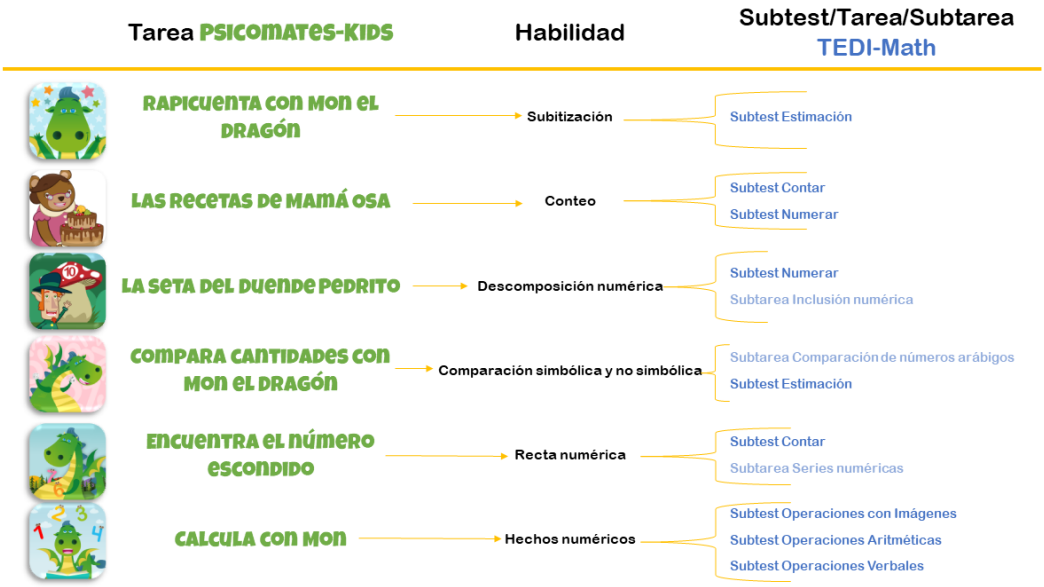


Relación Herramientas Evaluación-Intervención

Para comprobar los cambios tras la intervención, se han seleccionado pruebas que evalúen las diferentes habilidades entrenadas. Por un lado, como se aprecia en la Figura 25, cada una de las tareas de las apps se relaciona con habilidades que se evalúan mediante algún subtest o subtarea de la batería TEDI-MATH.

Figura 25.

Relación de tareas Psicomates-Kids con las habilidades matemáticas y la prueba de evaluación



Por otro lado, también se han relacionado cada habilidad de dominio general de las matemáticas con las diferentes pruebas de evaluación seleccionadas (Figura 26). Además, para la velocidad de procesamiento, evaluada mediante la prueba de Claves, no se trabaja de manera directa con ninguna tarea, aunque si de manera transversal en tareas como *Rapicuenta con Mon el Dragón*, *La Flecha del Duende Pedrito* o *Fly contra Spill*, donde el tiempo de reacción adquiere cierta relevancia para completar las actividades.

Figura 26.

Relación de tareas Psicomates-Kids con las habilidades de dominio general y las pruebas de evaluación



Participantes

La selección de la muestra se realizó mediante un procedimiento intencional y segmentado en dos etapas, con el objetivo de conformar grupos diferenciales en perfil cognitivo y de tamaño similar. A partir de una muestra inicial de 174 estudiantes de Educación Infantil de 5 años de 5 centros educativos pertenecientes a la provincia de Cádiz. Se aplicaron criterios de inclusión específicos: en primer lugar, tras la evaluación pretest, se seleccionaron aquellos cuyo desempeño en Competencia Matemática Temprana (puntuación total de la prueba TEDI-MATH) se encontraba por debajo del Pc_{25} dentro de su respectiva clase, con el fin de identificar a estudiantes con bajo rendimiento relativo en su contexto inmediato. Este primer filtro arrojó una muestra intermedia, pero con una distribución desigual entre grupos, ya que el grupo control era numéricamente mayor. Para la selección de una segunda variable se realizó un análisis

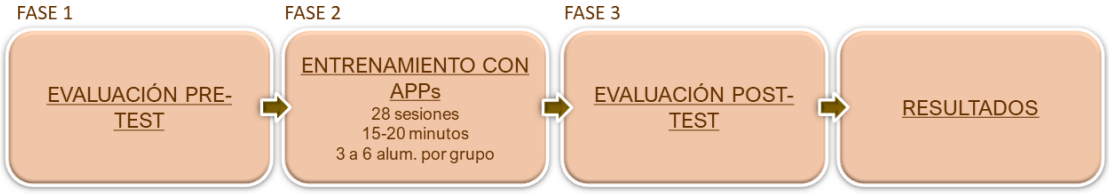
de regresión con las diferentes variables de dominio general, y fue seleccionada la MT verbal porque los análisis indicaron que esta explica la mayor proporción de la varianza en la Competencia Matemática Temprana dentro de la muestra completa (F(6, 167)=45.55, p<0.001, con un R^2=0.079 (R^2 ajustado=0.62), para MT verbal (B=1.32, SE=0.25, β=0.32, t(167)=5.24, p<0.001, IC 95% [0.82, 1.81])). La mediana de MT verbal se utilizó como punto de corte: quienes se encontraban por debajo de la mediana fueron asignados al grupo experimental (perfil de mayor dificultad), y quienes estaban por encima, al grupo control (perfil sin dificultad). Además de los criterios definidos, se produjo una reducción adicional de la muestra por abandono y pérdida de participantes (muerte experimental), lo que dio lugar a una muestra final compuesta por 93 estudiantes: 42 en el grupo experimental (Ge) y 51 en el grupo control (Gc). Aunque el diseño no es probabilístico, el procedimiento de selección empleado es adecuado para los objetivos del estudio, ya que permite conformar grupos con perfiles diferenciados y comparables en número, centrando el análisis en aquellos estudiantes con mayores dificultades académicas y cognitivas.

Procedimiento

El estudio se estructuró en tres fases principales: evaluación inicial, intervención y evaluación posterior a la intervención (Figura 27).

Figura 27.

Fases del trabajo de campo



Fase 1: Evaluación Inicial

Antes de comenzar la evaluación, se seleccionaron cinco centros de Educación Infantil, tanto públicos como concertados, pertenecientes a un entorno socioeconómico comparable. Posteriormente, se organizaron sesiones informativas dirigidas a los equipos directivos, al profesorado y a las familias del alumnado, con el fin de explicarles los objetivos y el desarrollo del proyecto. Una vez obtenidos los permisos y consentimientos necesarios (Anexo 2), se procedió a la evaluación inicial del alumnado.

Esta evaluación se llevó a cabo de forma individual por miembros del equipo de investigación, en un entorno con condiciones ambientales adecuadas. El equipo había recibido una instrucción en la administración de las pruebas para evitar sesgos de evaluación. Se diseñó un manual explicativo de cada prueba (Anexo 1).

Cada participante recibió dos sesiones: una para evaluar el conocimiento matemático y otra para las habilidades de dominio general. Esta fase se realizó al inicio del curso escolar. Una vez finalizada la evaluación inicial, se corrigieron las pruebas, se digitalizaron los datos y se aplicaron los análisis que definirían los grupos control y experimental.

Fase 2: Intervención

La intervención consistió en un entrenamiento mediante las aplicaciones educativa Psicomates-Kids 1 y 2 previamente descritas. Se diseñó el programa que cubría el uso de todas las tareas y los diferentes niveles, con un total de 28 sesiones diarias, planificadas para un mes, con una duración de 20 minutos cada una (Anexo 3). Este programa se llevó a cabo en grupos reducidos de entre 3 y 6 alumnos y alumnas. Las apps se encontraban instaladas en las tablets utilizadas por el equipo investigador participante, quienes guiaron el entrenamiento de las habilidades cognitivas.

El calendario de sesiones se coordinó con el profesorado para asegurar que no interfiera en las actividades docentes ni en los tiempos de juego o descanso del alumnado. Durante este periodo, el grupo control continuó con las actividades habituales del currículo educativo, sin recibir apoyo adicional en matemáticas tempranas.

Fase 3: Evaluación post intervención

Finalizada la intervención, se repitió la evaluación del alumnado siguiendo el mismo procedimiento empleado en la fase inicial. Al finalizar, se realizaron las correcciones de las pruebas, se digitalizaron los datos y se procedió al análisis estadístico para contrastar las hipótesis planteadas.

Diseño de investigación

El estudio siguió un diseño cuasi-experimental con grupo control, debido a la selección intencional de la muestra, en función del perfil cognitivo (bajo vs alto) a través de un muestreo polietápico. Se tomaron medidas pre y post intervención.

Siguiendo este diseño de investigación, aplicando el procedimiento indicado y utilizando las herramientas explicadas, se obtuvieron los datos que se analizan en el siguiente capítulo y pretenden dar respuesta a las hipótesis planteadas.

Capítulo 4. Resultados

Descriptivos

En primer lugar, en cuanto a la edad de los participantes, la media al inicio del estudio fue de 63.74 meses (SD=3.39). Como se indicaba en el capítulo 3, apartado 3.3, se realizó un muestreo polietápico que dio lugar a 2 grupos diferenciados por los niveles de competencia matemática y MT verbal. Como también se evaluó la inteligencia fluida, se compararon las medias para comprobar si esta variable contribuía al perfil diferenciado. En el Ge la media fue M=14.50 (SD=3.81) y en el Gc M=19.65 (SD=5.19). Los resultados mostraron diferencias entre ambos grupos, con resultados más altos para el Gc, indicando que los grupos presentan un perfil cognitivo diferente (U=440, Z=-4.88, p<0.001).

En la Tabla 6 se puede comprobar la distribución de la muestra por sexo y por centro. En cuanto al Ge, la muestra se compuso por el mismo número de niños que de niñas. Respecto a los centros educativos los Ge y Gc se encuentran relativamente equilibrado en cuanto al número de participantes, contando con menor cantidad en el Ge, excepto en el centro 2.

Tabla 6.

Composición de la muestra

	Ge	*Gc*	*Total*
Sexo	N	N	N
Niña	21	18	39
Niño	21	33	54
Colegio			
Centro 1	3	5	8
Centro 2	9	6	15
Centro 3	9	11	20
Centro 4	6	9	15
Centro 5	15	20	35
Total	42	51	93

Antes de comenzar con el análisis por hipótesis, en cuanto a la representatividad de la muestra a nivel de localidad, cabe destacar que la población diana estaba compuesta por 1229 niñas y niños escolarizados en Educación Infantil de 5 años (Instituto Nacional de Estadística [INE], s.f.). La muestra final estuvo formada por 94 alumnos y alumnas, equivalente a un 7,6 % de la población. Bajo el supuesto de muestreo aleatorio simple, este tamaño muestral permite estimar proporciones con un margen de error aproximado de ±10 puntos porcentuales al 95 % de confianza.

Además, con N=94 (Gc=51 y Ge=42), el análisis de la potencia a posteriori (α=0.05, contraste bilateral) indica que, con estos tamaños muestrales, el estudio presenta una potencia aproximada de 0.67 para detectar un efecto moderado (d=0.50) y de 0.82 para detectar un efecto moderado–grande (d=0.60) en la comparación de la mejora pre–post entre grupos. Por tanto, el diseño es adecuado para detectar efectos de *moderados* o *grandes*, aunque puede infraestimar efectos *pequeños*.

Contraste Hipótesis 1

El entrenamiento mediante Psicomates-Kids 1 y 2 como estrategia educativa mejorará el rendimiento del alumnado en la competencia matemática temprana.

Para dar respuesta a la hipótesis 1, en primer lugar, se obtuvieron los estadísticos descriptivos de las 9 subpruebas que componen la prueba TEDI-MATH, así como de la puntuación global de la prueba para las puntuaciones pre y post en el Ge. Como se puede observar en la Tabla 7 los resultados reflejan cambios importantes, tanto en las puntuaciones totales del TEDI-MATH, como en cada una de las subpruebas.

Tabla 7.

Estadísticos descriptivos Grupo experimental

	PRETEST		POSTEST		
	Media	SD	Media	SD	Ganancia
Contar	2.38	1.40	4.52	2.29	2.14
Numerar	7.74	2.33	10.55	1.95	2.81
Sistema Numérico Arábigo (SNA)	10.26	1.42	11.40	0.91	1.14
Decisión Numérica Oral (DNO)	9.71	1.17	10.76	0.98	1.05
Operaciones Lógicas (OL)	1.50	1.53	4.57	2.30	3.07
Operaciones Imágenes (OI)	3.02	1.98	5.16	0.99	2.14
Operaciones Aritméticas (OA)	1.02	1.37	2.95	1.74	1.93
Operaciones Verbales (OV)	0.88	1.27	2.26	1.53	1.38
Estimación no simbólica (ENS)	4.95	1.13	5.69	0.56	0.74
TEDI Total	41.78	8.23	57.88	8.43	16.1

Se utilizaron pruebas no paramétricas debido a que no todos los datos cumplían con los supuestos de normalidad requeridos por las pruebas paramétricas. Para la comparación de diferencias de medias intragrupo, mediante la prueba de rangos con signo de Wilcoxon se compararon las puntuaciones pre y post. Estos resultados presentes en la Tabla 8 indican cambios estadísticamente significativos entre pretest y postest en el Ge en todas las subpruebas, así como en la puntuación global.

Tabla 8.

Comparación de las subpruebas del TEDI-MATH en Grupo experimental

Comparación POST - PRE	*Z*	*p*
Contar	-4.89	0.000
Numerar	-4.61	0.000
SNA	-4.05	0.000
DNO	-3.79	0.000
OL	-5.07	0.000
OI	-4.87	0.000
OA	-4.35	0.000
OV	-3.93	0.000
ENS	-3.27	0.001
TEDI Total	-5.64	0.000

Con el objetivo de comprobar el efecto de la intervención, se calculó el tamaño del efecto a través de la *d* de Cohen. Valores inferiores a 0.5 señalan un efecto *pequeño*; entre 0.5 y 0.79 un efecto *moderado*; y 0.8 o superior, indican un efecto *grande* (Cohen, 1988). Se observó un tamaño del efecto *grande* en todas las subpruebas y en el total del test (Tabla 9).

Tabla 9.

Tamaño del efecto en las subpruebas del TEDI-MATH en Grupo experimental

Subtest	*d de Cohen Ge*	*Interpretación Ge*
Contar	1.13	*Grande*
Numerar	1.31	*Grande*
SNA	0.96	*Grande*
DNO	0.97	*Grande*
OL	1.57	*Grande*
OI	1.37	*Grande*
OA	1.23	*Grande*
OV	1.47	*Grande*
ENS	0.83	*Grande*
TEDI Total	1.97	*Grande*

Para verificar el efecto de la intervención, se contrastaron con los resultados obtenidos en el Gc. Como se aprecia en la Tabla 10, el Gc también muestra diferencias en las puntuaciones pretest y postest.

Tabla 10.

Estadísticos descriptivos Grupo control

	PRETEST		POSTEST		
	Media	SD	Media	SD	Ganancia
Contar	6.24	1.92	6.92	1.44	0.68
Numerar	10.47	1.59	11.55	1.17	1.08
SNA	11.65	0.91	11.96	0.20	0.31
DNO	10.63	1.17	11.47	0.70	0.84
OL	5.33	2.51	7.22	2.70	1.89
OI	5.31	1.12	5.71	0.64	0.40
OA	3.76	1.29	4.57	0.73	0.81
OV	4.04	2.69	5.47	2.72	1.43
ESN	5.45	0.86	5.92	0.27	0.47
TEDI Total	62.88	8.40	70.78	6.75	7.9

La prueba de rangos con signo de Wilcoxon con los datos del Gc, indica como se aprecia en la Tabla 11 cambios significativos en todas las subpruebas y el total.

Tabla 11.

Comparación de las subpruebas del TEDI-MATH en el Grupo control

Comparación POST - PRE	*Z*	*p*
Contar	-2.16	0.031
Numerar	-3.91	0.000
SNA	-2.43	0.015
DNO	-4.34	0.000
OL	-3.68	0.000
OI	-2.34	0.019
OA	-4.34	0.000
OV	-4.06	0.000
ENS	-3.39	0.001
TEDI Total	-5.90	0.000

Verificado lo anterior, se procedió a realizar los contrastes oportunos, mediante la prueba de U de Mann-Whitney, entre los datos del Gc con los del Ge. Como se observa en la Tabla 12, los estadísticos reflejan la existencia de diferencias significativas entre ambos grupos en ambas aplicaciones. Esto indica que los grupos no fueron equivalentes al principio ni lo fueron tras la intervención.

Tabla 12.

Comparación inter-grupo en situaciones pre y post de las 9 subpruebas del TEDI-MATH

	PRETEST			*POSTEST*		
	U	*Z*	*p*	*U*	*Z*	*p*
Contar	156.00	-7.16	0.000	428.50	-5.10	0.000
Numerar	336.00	-5.74	0.000	742.00	-2.61	0.009
SNA	400.00	-5.67	0.000	699.00	-4.17	0.000
DNO	619.00	-3.61	0.000	610.50	-3.83	0.000
OL	208.50	-6.71	0.000	488.00	-4.53	0.000
OI	334.00	-5.89	0.000	705.00	-3.31	0.001
OA	197.00	-6.91	0.000	429.00	-5.28	0.000
OV	280.00	-6.21	0.000	343.00	-5.67	0.000
ENS	786.50	-2.42	0.016	870.50	-2.43	0.015
TEDI Total	66.00	-7.76	0.000	235.00	-6.459	0.000

Tras comprobar la existencia de diferencias entre los grupos y los resultados del TEDI-MATH, se procedió al cálculo del tamaño del efecto en Gc (Tabla 13) para observar las diferencias comparando con el Ge. Como se observó previamente, las nueve subpruebas que componen el TEDI-MATH mostraron un efecto grande para el Ge. En cambio, para el Gc el tamaño del efecto es de pequeño a moderado en todos los subtests, excepto DNO donde el tamaño del efecto es grande. Todas las diferencias calculadas para los tamaños del efecto entre los grupos muestran puntuaciones a favor del Ge (Figura 28).

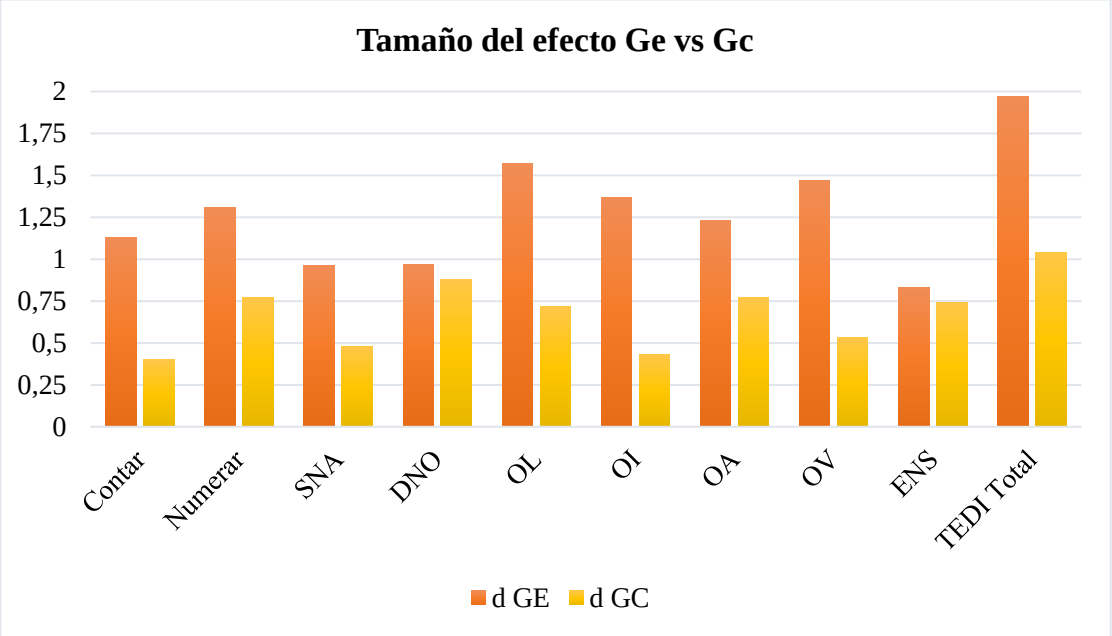
Tabla 13.

Tamaño del efecto en las subpruebas del TEDI-MATH

Subtest	*d de Cohen Ge*	*Interpretación Ge*	*d de Cohen Gc*	*Interpretación Gc*	*Diferencia (Ge – Gc)*
Contar	1.13	*Grande*	0.40	*Pequeño*	+0.73
Numerar	1.31	*Grande*	0.77	*Moderado*	+0.54
SNA	0.96	*Grande*	0.48	*Pequeño*	+0.49
DNO	0.97	*Grande*	0.88	*Grande*	+0.09
OL	1.57	*Grande*	0.72	*Moderado*	+0.85
OI	1.37	*Grande*	0.43	*Pequeño*	+0.94
OA	1.23	*Grande*	0.77	*Moderado*	+0.47
OV	1.47	*Grande*	0.53	*Moderado*	+0.94
ENS	0.83	*Grande*	0.74	*Moderado*	+0.09
TEDI Total	1.97	*Grande*	1.04	*Grande*	+0.93

Figura 28.

Diferencias del Tamaño del efecto en habilidades matemáticas



Para concluir los análisis sobre esta primera hipótesis, derivado de la naturaleza diagnostica del TEDI-MATH, se quisieron conocer los cambios respecto al Pc_{25} o Q1 en los sujetos del Ge. Se considera al alumnado por debajo del Pc_{25} en riesgo de padecer

DAM (Mejias et al., 2019; Salvador et al., 2019). Como se observa en la Tabla 14 y la Figura 29, en situación pre, de los 42 sujetos del Ge, 30 se encontraban en riesgo. Tras la intervención, solo 5 sujetos permanecieron en Q1. Se aplicó la prueba de McNemar con corrección de continuidad de Yates, debido al reducido tamaño de la muestra, para comprobar la significación de estos cambios. La prueba arrojó resultados de cambios significativos tras la intervención $\chi^2(1, N=42)=25.00$, $p<0.001$.

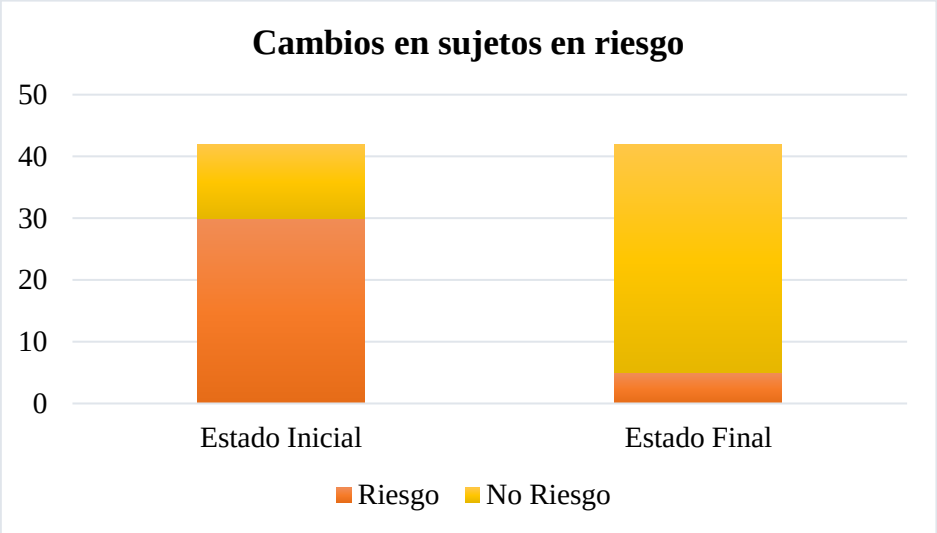
Tabla 14.

Tabla de contingencia entre sujetos del Ge en Riesgo y No riesgo antes y después de la intervención

		Evaluación Postest		
		No riesgo	Riesgo	Total
Evaluación pretest	No Riesgo	12	0	12
	Riesgo	25	5	30
Total		37	5	42

Figura 29.

Cambios en el número de sujetos en riesgo tras la intervención en Ge



Contraste Hipótesis 2

El entrenamiento mediante Psicomates-Kids 1 y 2 mejorará el rendimiento del alumnado sobre las habilidades de dominio general asociadas al pensamiento matemático.

Con el fin de responder a la hipótesis 2, se comenzaron los análisis obteniendo los estadísticos descriptivos de las habilidades de dominio general en el Ge. En la Tabla 15 se observa que todas las variables reflejan cambios.

Tabla 15.

Estadísticos descriptivos de las habilidades de dominio general Ge

	PRETEST		POSTEST		
	Media	SD	Media	SD	Ganancia
Memoria de Trabajo Visoespacial (MTVE)	3.62	2.33	5.43	1.81	1.81
Shifting	10.57	4.30	11.95	4.13	1.38
Inhibición	0.52	0.22	0.57	0.22	0.05
Velocidad de Procesamiento (VE)	26.62	12.08	31.81	11.59	5.19
Conciencia fonológica (CF)	14.38	7.24	21.74	4.37	7.36

Con el objeto de comprobar la significación de los cambios, se aplicó la prueba de rangos con signo de Wilcoxon (Tabla 16). Estos resultaros indicaron que en el Ge existieron diferencias significativas en MTVE, VP y CF tras el postest, no detectándose cambios significativos en *shifting* e inhibición.

Tabla 16.

Comparación de las habilidades de dominio general intragrupo del Ge

Comparación POST - PRE	*Z*	*p*
MTVE	-3.50	0.000
Shifting	-1.82	0.069
Inhibición	-1.04	0.299
VP	-3.85	0.001
CF	-5.14	0.001

Para conocer el efecto de la intervención, se calculó la *d* de Cohen. Se observó el tamaño del efecto en aquellas variables en las que el cambio estadístico fue significativo (Tabla 17). La MTVE y CF tuvieron un tamaño del efecto *grande* en mientras en VP se obtuvo un tamaño del efecto *pequeño*.

Tabla 17.

Tamaño del efecto en las habilidades de dominio general del Ge

Subtest	*d de Cohen Ge*	*Interpretación Ge*
MTVE	0.87	*Grande*
VP	0.44	*Pequeño*
CF	2.42	*Grande*

Al igual que con la competencia matemática, para verificar el efecto de la intervención, se analizaron los cambios experimentados en las habilidades de dominio general en el Gc. Como se aprecia en la Tabla 18, el Gc también mostró alguna diferencia en las puntuaciones pretest y postest.

Tabla 18.

Estadísticos descriptivos de las habilidades de dominio general del Gc

	PRETEST		POSTEST		
	Media	SD	Media	SD	Ganancia
MTVE	5.39	2.38	6.18	2.41	0.79
Shifting	13.94	3.61	14.59	2.90	0.65
Inhibición	0.62	0.25	0.64	0.19	0.02
VP	34.14	11.10	40.51	9.83	6.37
CF	23.02	3.36	25.19	1.97	2.17

Estas diferencias, una vez contrastadas mediante la prueba de rangos con signo de Wilcoxon indican que sólo existieron diferencias significativas en VP y CF (Tabla 19).

Tabla 19.

Comparación de las habilidades de dominio general intragrupo del Gc

Comparación POST - PRE	*Z*	*p*
MTVE	-1.66	0.098
Shifting	-0.91	0.364
Inhibición	-0.43	0.670
VP	-3.43	0.001
CF	-3.98	0.000

Para comprobar la diferencia entre ambos grupos en las habilidades de dominio general se realizaron comparaciones de medias a través de la prueba de Mann-Whitney (Tabla 20). En primer lugar, respecto al pretest, los resultados indicaron que existían diferencias significativas entre los grupos en todas las variables. En situación postest, se igualan los valores en la MTVE y la inhibición. Esto indica que los grupos no fueron equivalentes al principio, pero se equilibraron en algunas variables tras la intervención.

Tabla 20.

Comparación inter-grupo en situaciones pre y post de las habilidades de dominio general

	PRETEST			*POSTEST*		
	U	*Z*	*p*	*U*	*Z*	*p*
MTVE	628.00	-3.45	0.001	917.50	-1.20	0.230
Shifting	576.50	-3.86	0.000	606.00	-3.63	0.000
Inhibición	761.00	-2.39	0.017	864.00	-1.60	0.110
VP	675.50	-3.06	0.002	592.50	-3.70	0.000
CF	309.00	-5.90	0.000	472.50	-4.67	0.000

Se procedió a verificar si el tamaño del efecto en aquellas variables en las que el cambio fue significativo (Tabla 21). La MTVE tuvo un tamaño del efecto grande en Ge. En VP se obtuvo un tamaño del efecto pequeño en Ge frente a un tamaño moderado del

Gc, habiendo una pequeña diferencia negativa en contra del Ge. En CF existió una gran diferencia entre los tamaños del efecto del Ge y Gc, a favor del Ge.

Tabla 21.

Tamaño del efecto en las habilidades de dominio general

Subtest	*d de Cohen Ge*	*Interpretación Ge*	*d de Cohen Gc*	*Interpretación Gc*	*Diferencia (Ge – Gc)*
MTVE	0.87	*Grande*	-	-	+0.87
VP	0.44	*Pequeño*	0.61	*Moderado*	-0.17
CF	2.42	*Grande*	0.79	*Moderado*	+1.63

Para concluir con las habilidades de dominio general, se analizaron los cambios en la MT verbal (MTV) obtenidos por el Ge, para verificar la significatividad de los mismos y, por ende, del tratamiento. Los estadísticos descriptivos informan de cambios entre los momentos pretest (M=5.55, SD=2.07) y postest (M=7.38, SD=2.72) en Ge, con una ganancia igual a 1.83.

Se comprobó la significación de estos cambios a través de la prueba de rangos con signo de Wilcoxon, confirmando que el cambio entre los momentos fue significativo (Z=-3.80, p<0.001). Además, el tamaño del efecto mediante la d de Cohen indica un crecimiento grande tras la intervención d=2.19.

Para contrastar con el Gc, como referencia sobre los cambios sin tratamiento, se obtuvieron los estadísticos descriptivos, los cuales indican una pequeña mejora en la media (pretest: M=11.43, SD=1.50; postest: M=11.65, SD=1.76; Ganancia=0.22).

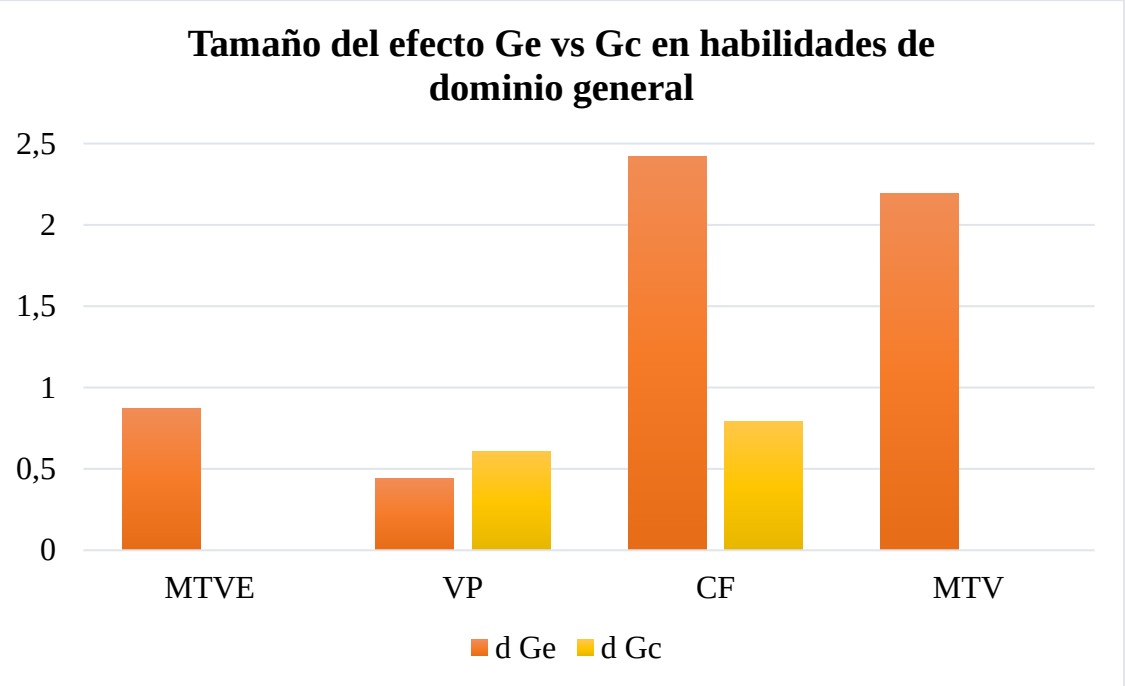
El estadístico de la prueba de Wilcoxon informa que tales diferencias no son significativas (Z=-1.27, p=0.205), por lo que tampoco se puede calcular el tamaño del efecto mediante la d de Cohen.

Finalmente, se realizó la comparación entre los grupos. En pretest, al seleccionar los grupos en función de la mediana, partían de diferencias significativas, Por lo que se comprueba mediante la prueba *U* de Mann-Whitney la situación en postest. Se observa que siguen existiendo diferencias significativas (*U*=161.50, *Z*=-7.07, *p*=0.000).

Todos los cambios en el tamaño del efecto en las habilidades de dominio general en las que existieron diferencias entre pre y post se pueden observar en la Figura 30.

Figura 30.

Diferencias del Tamaño del efecto en las habilidades de dominio general de las matemáticas



Contraste Hipótesis 3

Los cambios en la competencia matemática se relacionarán con los cambios experimentados en las habilidades de dominio general como consecuencia de Psicomates-Kids 1 y 2.

Con el fin de dar respuesta a la tercera hipótesis, en primer lugar, se realizó un modelo de regresión por pasos utilizando la Competencia Matemática Temprana (CMT), usando la puntuación TEDI Total, como variable dependiente e introduciendo todas las variables de dominio general como predictores.

En situación pretest, del Ge se obtuvieron dos modelos. El primero incluyó únicamente la CF como predictor, explicando un 24.8% de la varianza en la CMT, R^2=0.248, F(1, 40)=14.53, p<0.001. El segundo modelo incorporó además el *shifting*, mejorando la explicación al 33.6%, R^2=0.336, F(2, 39)=16.29, p<0.001. Ambos predictores fueron estadísticamente significativos.

El análisis de correlaciones mostró que la CF presentó una correlación de orden cero de r=0.516 y una semiparcial de r=0.367, mientras que *shifting* tuvo una orden cero de r=0.484 y una semiparcial de r=0.319, lo que sugiere que ambos predictores aportan varianza única y significativa. En cuanto a los coeficientes estandarizados (β), la CF mostró un valor de β=0.393 y *shifting* un valor de β=0.342, lo que indica que ambos predictores realizaron una contribución similar al modelo, si bien la CF presentó una influencia ligeramente superior sobre la CMT.

En situación postest, también se realizó el análisis de regresión, introduciendo nuevamente todas las variables de dominio general de las matemáticas para comprobar si había sucedido algún cambio. Los resultados del análisis muestran que se mantienen los mismos modelos y, en ambos casos, aumenta la explicación de la CMT. En este caso, la CF explicó el 27.6% de la varianza (R^2=0.276, F(1, 40)=16.64, p<0.001). Al

incorporar *shifting*, el modelo alcanzó un R^2=0.367, F(2, 39)=16.76, p<0.001. Ambos predictores fueron significativos.

Observando las correlaciones, la CF mostró una correlación de orden cero de r=0.542 y una semiparcial de r=0.483. *Shifting* tuvo una correlación de orden cero de r=0.406 y una semiparcial de r=0.323. Estas cifras indican que ambos predictores mantienen una contribución independiente relevante. Además, la CF se mantuvo como el predictor más fuerte con un coeficiente beta de β=0.489, mientras que el *shifting* obtuvo un valor de β=0.327. Esto apoya la importancia relativa de la CF en la mejora de la CMT tras la intervención.

Tanto los modelos pre y post mostraron ausencia de colinealidad, ya que los valores de tolerancia fueron superiores a 0.80 y los factores de inflación de la varianza (FIV) se encontraron por debajo de 1.50.

Para comprobar las diferencias del Ge respecto al Gc, se realizó el mismo procedimiento de análisis con el Gc. En este caso, los modelos en situación pretest explicaban un menor porcentaje de la CMT. Concretamente, el primer modelo en el que solo se incluye la CF explica un 20.7% de la CMT (R^2=0.207, F(1, 49)=14.05, p<0.001). El segundo, incluye además la variable inhibición (en lugar de *shifting*, como ocurría en el Ge), aumentando la varianza explicada a 27.1% (R^2=0.271, F(2, 48)=10.29, p<0.001).

La CF presentó una correlación de orden cero de r=0.472 y una semiparcial de r=0.356. La inhibición mostró una orden cero de r=0.417 y una semiparcial de r=0.278, indicando un aporte adicional, aunque algo menor. Los coeficientes beta mostraron que la CF tuvo una mayor influencia relativa (β=0.376) frente a la inhibición (β=0.294). Esto sugiere que, aunque ambas variables fueron significativas, la CF explicó una mayor proporción de la varianza en la CMT, al igual que sucedió en el Ge.

En situación postest, se realizó de nuevo el análisis de regresión, introduciendo de nuevo todas las variables de dominio general de las matemáticas para comprobar si había sucedido algún cambio. Los resultados del análisis mostraron cambios en los modelos. Esta vez, aparece un único modelo que explica el 15.3% de la CMT, con una única variable predictora: MTVE (R^2=0.153, F(1, 49)=10.03, p=0.003).

La MTVE presentó una correlación de orden cero, parcial y semiparcial de r=0.412, lo que refleja una contribución única y estable al modelo (β=0.412).

De nuevo, tanto los modelos pre y post mostraron ausencia de colinealidad, ya que los valores de tolerancia fueron superiores a 0.80 y los factores de inflación de la varianza (FIV) se encontraron por debajo de 1.50.

Contraste Hipótesis 4

El entrenamiento mediante Psicomates-Kids 1 y 2 favorecerá una mejora en el futuro rendimiento del alumnado.

En la hipótesis 1 se realizó un análisis para comprobar el alumnado que había salido de la zona considerada de peligro de padecer DAM en el futuro (estar por debajo del P_{25} en competencia matemática) mediante la prueba de McNemar (Tabla 14). Se observó que, de manera significativa (p<0.001), existieron cambios entre aquel alumnado que se encontraba en riesgo en pretest y que en postest pasaron a estar fuera de esta franja.

Para comprobar que este análisis se cumplía, se realizó una nueva comparación utilizando la situación de riesgo en postest y las calificaciones obtenidas en la asignatura al año siguiente (0=Aprobado; 1=Suspenso). En este caso, ocurrió muerte experimental, perdiendo dos participantes (pretest N=42, postest N=40). Se analizó en este caso con las pruebas Chi-cuadrado y Fisher.

En esta situación, se observa que el 92.5% del alumnado del grupo experimental (N=37) se encuentra en situación de haber aprobado la asignatura de matemáticas, suspendiendo el 7.5% (N=3) (Tabla 22). Además, el estadístico de χ^2=8.70 (p=0.003) y Fisher (p=0.036) indican que no existen cambios significativos entre las columnas indicando que aquellos sujetos que en postest estaban fuera de riesgo son también aquellos que tienen más probabilidad de estar aprobado en la asignatura. Además, la estimación odds ratio (OR) indica que el alumnado que está fuera de riesgo tiene 22.667 veces más probabilidad de aprobar la asignatura que aquel que se encuentra en riesgo (IC95% 1.562-328.949, p=0.022).

Tabla 22.

Tabla de contingencia entre sujetos del Ge en Riesgo y No riesgo post comparando con calificaciones al curso siguiente

		Estado Calificaciones 1ºEP		
		Aprobado	Suspenso	Total
Evaluación postest	No Riesgo	34	1	35 (87.5%)
	Riesgo	3	2	5 (12.5%)
Total		37 (92.5%)	3 (7.5%)	40 (100%)

Capítulo 5. Discusión

Discusión Hipótesis 1

El entrenamiento mediante Psicomates-Kids 1 y 2 como estrategia educativa mejorará el rendimiento del alumnado en la competencia matemática temprana

La primera hipótesis planteaba que el entrenamiento mediante las apps como entrenamiento complementario mejoraría de forma significativa el rendimiento del alumnado en la CMT, en comparación con la evolución asociada a la enseñanza ordinaria sin intervención. Los resultados obtenidos permiten confirmar esta hipótesis, mostrando mejoras significativas y tamaños del efecto grandes en el Ge tanto en la puntuación global del TEDI-MATH como en todas sus subpruebas, mientras que el Gc presenta avances más modestos. Este patrón es coherente con la evidencia que señala que la competencia matemática temprana es sensible a intervenciones específicas y, a la vez, un potente predictor del rendimiento matemático posterior (Duncan et al., 2007; Jordan et al., 2022; Liu et al., 2022; Morgan et al., 2016; Sehrawat, 2024; Svane et al., 2023; ten Braak et al., 2022; Watts et al., 2014; Yıldız et al., 2025).

Desde una perspectiva global, el incremento observado en la puntuación total del TEDI-MATH sugiere que la programación complementaria empleando Psicomates-Kids 1 y 2 consiguió fortalecer de manera amplia el conjunto de habilidades numéricas básicas, no solo aspectos aislados. Este resultado encaja con los modelos que conciben la CMT como un constructo multidimensional en el que convergen habilidades de conteo, comprensión de cantidad, operaciones básicas y procesos lógicos (Aragón et al., 2021; Clements & Sarama, 2020; Geary, 2011; Jordan & Dyson, 2025; Von Aster & Shalev, 2007). El hecho de que los tamaños del efecto sean elevados indica que la intervención no se limita a aceleraciones pequeñas del desarrollo esperado, sino que produce una ganancia sustantiva por encima de la evolución asociada a la escolaridad,

en línea con lo descrito por programas de entrenamiento en predictores matemáticos tempranos (Clements & Sarama, 2011, 2020; Kim et al., 2021; Reynvoet et al., 2021; Svane et al., 2023).

Aunque el análisis global del TEDI-MATH de por sí muestra un efecto robusto de la intervención, el examen por subpruebas aporta matices que ayudan a comprender qué componentes del pensamiento matemático temprano resultaron más sensibles al entrenamiento con apps y cuáles requieren apoyos adicionales. Esta comprobación por subpruebas es posible ya que las dimensiones evaluadas en el TEDI-MATH se corresponden con diferentes habilidades que componen el pensamiento matemático informal descritos en la literatura, así como con los predictores de dominio específico en Educación Infantil (Clements & Sarama, 2020; Malone et al., 2022; Purpura & Lonigan, 2013; Xu et al., 2023).

Las mejoras de efecto *grande* en las subpruebas de Contar y Numerar apuntan a un progreso notable en la capacidad de recitar series numéricas, coordinarlas con colecciones de objetos y aplicar los principios básicos de conteo: orden estable, correspondencia uno a uno, cardinalidad. Esto es consistente con el planteamiento de que las habilidades de conteo constituyen la puerta de entrada al sistema numérico simbólico y a la aritmética escolar (Clements & Sarama, 2020; Morgan et al., 2016; Purpura & Lonigan, 2013; Sehrawat, 2024). El dominio del conteo en Educación Infantil se relaciona con el rendimiento posterior en operaciones básicas y resolución de problemas en Primaria (Jordan et al., 2009; Mou et al., 2018; Scalise & Ramani, 2021; Schneider et al., 2016).

Las ganancias observadas en el Sistema Numérico Arábigo (SNA) indican una mejora en el reconocimiento y manejo de los dígitos, es decir, en la construcción del código visual-arábigo de los números. De acuerdo con el modelo del triple código que

postula vías diferenciadas pero interconectadas para el procesamiento numérico (Dehaene, 1992, 2011; Dehaene & Cohen, 1995), este progreso refleja una integración más eficiente entre las representaciones simbólicas visuales y la representación de magnitudes, y se ha relacionado con mejores resultados en tareas de cálculo y resolución de problemas en cursos posteriores (Chang et al., 2022; Dehaene, 1992; Hutchison et al., 2025; Scalise & Ramani, 2021; Schneider et al., 2016).

En la Decisión Numérica Oral (DNO) también se aprecian mejoras, aunque el Gc muestra un progreso similar, mayor que en las demás subpruebas del TEDI-MATH. Este patrón puede interpretarse considerando que la enseñanza ordinaria en Educación Infantil ofrece una exposición frecuente al código verbal numérico (conteo oral, juegos de números o rutinas de aula), lo que favorece el avance incluso sin entrenamiento específico (Clements & Sarama, 2020; Jordan et al., 2009; Schoenfeld, 2023). No obstante, el Ge parte, en general, de un perfil de mayor vulnerabilidad y un tamaño del efecto superior tras la intervención, lo que sugiere que las apps han contribuido a reducir la brecha vinculada a la familiaridad con el código simbólico (Moeller et al., 2011; Purpura & Lonigan, 2013; Herzog & Fritz, 2022).

Los resultados en SNA y DNO son coherentes con la idea de que el dominio temprano de los símbolos numéricos es un nodo central que integra el conocimiento de magnitudes y el lenguaje numérico, y que su entrenamiento específico puede tener efectos beneficiosos sobre el posterior aprendizaje formal (Herzog & Fritz, 2022; Hutchison et al., 2022; Lyons & Beilock, 2011; 2013; Moeller et al., 2011; O'Connor et al., 2018; Purpura & Lonigan, 2013; Vogel et al., 2015).

Los incrementos de gran magnitud en Operaciones Lógicas (que incluyen tareas como seriación, clasificación y conservación numérica) y en las diversas subpruebas de Operaciones (con imágenes, con enunciado aritmético y con enunciado verbal) indican

que la intervención no solo reforzó habilidades numéricas superficiales, sino también estructuras lógicas subyacentes al razonamiento matemático. Desde la perspectiva piagetiana, la seriación y la clasificación constituyen logros operatorios básicos sobre los que se construyen conceptos como la conservación, el orden numérico y la comprensión de la estructura del sistema decimal (Nunes & Bryant, 2021; Piaget & Inhelder, 1975). La mejora en las operaciones lógicas se relaciona con un mejor desempeño en tareas aritméticas, al facilitar la comprensión de relaciones parte-todo, la reversibilidad y la composición de cantidades (Barth et al., 2003; 2008; Clements & Sarama, 2020; Gilmore et al., 2010; Hyde et al., 2021). El hecho de que en este estudio se observen efectos *grandes* en dichas subpruebas sugiere que las apps habrían actuado como un andamiaje para la abstracción numérica, en la línea de la propuesta de Bruner (1966/1977) sobre el paso del enactivo al icónico y de ahí al simbólico.

Estos hallazgos son coherentes con el marco de predictores de dominio general y específico planteado la introducción, donde se subrayaba que las operaciones lógicas y razonamiento relacional, aun siendo de naturaleza relativamente general, sostienen directamente la adquisición de conceptos y procedimientos matemáticos (Agostini et al., 2022; Geary, 2011). El hecho de que el Ge muestre tamaños del efecto superiores al Gc indica que el entrenamiento habría potenciado de forma específica estos procesos, más allá de lo que cabe esperar por la maduración y la enseñanza ordinaria.

En la subprueba de Estimación No Simbólica (ENS) también se observa una mejora significativa, aunque de magnitud algo menor que en otras áreas (aun cuando el tamaño del efecto es grande y mayor que en el Gc). Este resultado encaja con la literatura que sugiere que el sistema de número aproximado (ANS) presenta cierta plasticidad, pero su entrenamiento produce con frecuencia efectos moderados y no

siempre se traduce de manera directa en mejoras en matemáticas simbólicas (Aleotti et al., 2022; Reynvoet et al., 2021; Schneider et al., 2017).

Sin embargo, los avances encontrados son teóricamente relevantes. El modelo del triple código y las propuestas neurocognitivas recientes plantean que la representación analógica de magnitud constituye un sustrato básico sobre el que se apoyan los códigos simbólicos, especialmente en las primeras fases de aprendizaje (Dehaene, 1992; Menon & Chang, 2021). Intervenir sobre ENS en esta etapa podría tener un valor preventivo, contribuyendo a que el alumnado adquiera un sentido de cantidad más preciso, lo que está asociado a una menor probabilidad de desarrollar DAM (Geary, 2004; Jordan et al., 2009; Balıkcı & Melekoglu, 2020; Jordan & Devlin, 2023). Así, aunque la magnitud del efecto en ENS sea inferior a la observada en otras subpruebas, su dirección y significación apuntan a que las apps han logrado activar también esta destreza básica de la cognición numérica, en consonancia con programas que combinan entrenamiento de magnitud no simbólica y práctica simbólica (Mera et al., 2022; Reynvoet et al., 2021).

Aunque el Gc también mejoró, los tamaños del efecto fueron menores en todos los subtest. Por ejemplo, la subprueba DNO, donde el Gc mostró un efecto relativamente más alto que en los demás subtest, podría estar más influida por la exposición diaria al lenguaje en el aula y en el hogar (Meng et al., 2024; Schoenfeld, 2023), lo que explicaría un progreso sin entrenamiento específico, además de la falta de control de las actividades que hacen en casa, las cuales también favorecerían el aprendizaje (Rodríguez-Cubillo, 2021). Estas mejoras del Gc también pueden explicarse la maduración evolutiva natural propia de la edad, que impacta sobre habilidades básicas de conteo y reconocimiento simbólico (Clements & Sarama, 2020). Además, la prueba de McNemar reveló un resultado especialmente relevante: tras la intervención, el

número de estudiantes por debajo del Pc_{25} (considerados en riesgo de DAM) disminuyó drásticamente, pasando de 30 a solo 5 estudiantes. Este cambio fue estadísticamente significativo, lo que indica que, además del efecto de mejora general de las apps, podría resultar de utilidad para la prevención frente a las DAM (Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Licastro et al., 2025; Mejias et al., 2019; Salvador et al., 2019; ten Braak et al., 2022). Dado que las dificultades iniciales tienden a consolidarse y amplificarse con el tiempo (Jordan & Devlin, 2023; Penner et al., 2019), intervenir sobre subdominios específicos antes del inicio de la escolaridad obligatoria es una estrategia clave de equidad educativa (Balıkcı & Melekoglu, 2020; Geary, 2004; Licastro et al., 2025). Por ello, una intervención que consigue desplazar a una parte de este alumnado fuera de la franja de mayor riesgo puede considerarse potencialmente protectora.

Para concluir esta primera hipótesis, los hallazgos obtenidos indican que queda claramente respaldada: el entrenamiento mediante las apps se asocia con mejoras significativas y de gran tamaño en la CMT, superiores a las observadas con la instrucción habitual. Las ganancias abarcan tanto el rendimiento global en el TEDI-MATH como sus subcomponentes, y se traducen en una reducción del alumnado en situación de riesgo. Estos resultados refuerzan la relevancia de implementar intervenciones digitales tempranas, estructuradas y teóricamente fundamentadas, como herramienta para promover un aprendizaje matemático más equitativo en una etapa crítica del desarrollo.

Discusión Hipótesis 2

El entrenamiento mediante Psicomates-Kids 1 y 2 mejorará el rendimiento del alumnado sobre las habilidades de dominio general asociadas al pensamiento matemático

En general, los resultados de la H1 respaldan que la CMT es un sistema complejo en el que convergen componentes de dominio específico (conteo, magnitud, operaciones) y procesos de dominio general (Aragón et al., 2021; Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Geary, 2013; Dvoinin & Trotskaya, 2022;). El patrón de mejoras observadas sobre la competencia matemática sugiere que las apps han actuado sobre múltiples nodos del sistema, lo que se alinea con la propuesta de diseñar intervenciones integrales, y no centradas únicamente en ejercicios de repetición o cálculo aislado (Allen et al., 2024; Clements & Sarama, 2020).

La segunda hipótesis planteaba que el entrenamiento mediante las apps mejoraría el rendimiento del alumnado en los componentes de dominio general asociados al pensamiento matemático, en comparación con la evolución natural. Los resultados permiten confirmar esta hipótesis parcialmente: el Ge muestra mejoras significativas y tamaños del efecto mayores en varias variables de dominio general (concretamente MTVE, CF, VP y MTV), mientras que los cambios en *shifting* e inhibición son más modestos y menos consistentes entre grupos. Esto encaja con estudios de la literatura reciente que plantean que los predictores de dominio general sustentan la adquisición y el uso flexible de los conocimientos matemáticos, pero no todos presentan la misma sensibilidad a las intervenciones educativas ni al tipo de tareas propuestas (Agostini et al., 2022; Cirino et al., 2018; Geary, 2004;).

En primer lugar, los análisis muestran que el Ge mejora significativamente en la MTVE, con un tamaño del efecto *grande*, mientras que en el Gc no se presentan

cambios significativos. Este hallazgo es coherente con la literatura que subraya que la MTVE constituye un predictor robusto del aprendizaje matemático inicial, en particular del conteo, la representación de magnitudes y la comprensión de relaciones espaciales entre cantidades (Allen & Giofrè, 2021; Coolen & Castronovo, 2023; De Vita et al., 2021; Lee Swanson et al., 2021). La MTVE es especialmente relevante durante las primeras fases de adquisición del sentido numérico, cuando el alumnado coordina colecciones de objetos, posiciones en una recta numérica y configuraciones espaciales en tareas de comparación y seriación (Allen & Giofrè, 2021; Coolen & Castronovo, 2023; De Vita et al., 2021; Lee Swanson et al., 2021). El hecho de que el programa de apps incluya actividades que requieren retener y actualizar trayectorias, ubicaciones y patrones visuales (como son *Conejito Lupito vuelve a casa*, *el Restaurante de Mon* o *Encuentra al duende Pedrito* respectivamente) resulta consistente con esta mejora, ya que favorece el uso de estrategias de MTVE en un contexto lúdico y repetido.

De este modo, los resultados respaldan la idea, ya planteada en la introducción, de que intervenir de forma específica sobre la MTVE en Educación Infantil puede tener un efecto multiplicador sobre el desarrollo del pensamiento matemático, al proporcionar una base más sólida para el manejo de cantidades, la interpretación de materiales visuales y la resolución de problemas que implican transformaciones espaciales (Allen & Giofrè, 2021; Coolen & Castronovo, 2023; De Vita et al., 2021; Lee Swanson et al., 2021).

La CF también muestra una mejora significativa y con tamaño del efecto *grande* en el Ge, mientras que el Gc muestra cambios más moderados. Este resultado se alinea con la evidencia que sitúa la CF como un predictor transversal tanto del aprendizaje de la lectura como de la aritmética, debido a su papel en el procesamiento fonológico, la codificación verbal y la automatización de asociaciones símbolo–sonido y símbolo–

cantidad (Amland et al., 2021; Cirino et al., 2018). Esta habilidad también se ha relacionado con el desarrollo del sentido numérico, los cálculos numéricos y con la resolución de problemas matemáticos verbales (LeFevre et al., 2022; Zhou et al., 2024).

La CF, además, se articula funcionalmente con la MTV, de forma que ambas contribuyen a la adquisición de hechos aritméticos, al mantenimiento de series numéricas y a la comprensión de enunciados verbales de problemas (Georgiou et al., 2021; Hoff et al., 2023; Melby-Lervåg et al., 2016; Yang et al., 2022). Las mejoras tanto en CF como en la MTV en el Ge son coherentes con este modelo, y sugieren que las apps han generado oportunidades de práctica fonológica integrada en tareas con contenido numérico (segmentar palabras con *Mon y las palabras*, así como repetir y manipular secuencias sonoras asociadas a números como en *Descifra con el Conejito Lupito* o los primeros niveles de *Encuentra al Duende Pedrito*). Además, la mejora en CF adquiere especial relevancia en Educación Infantil, donde las bases fonológicas y numéricas se están consolidando de forma simultánea, y en la que las dificultades en CF pueden anticipar problemas tanto de lectura como de matemáticas (Cirino et al., 2018; Kwok et al., 2021). Que el programa de apps contribuya a fortalecer este predictor sugiere un potencial valor preventivo más allá del ámbito estrictamente matemático.

En VP se observa también una mejora significativa en el Ge, aunque con un tamaño del efecto pequeño, mientras que el Gc presenta un tamaño del efecto moderado. La literatura ha mostrado que la VP se relaciona con la eficiencia en la realización de tareas sencillas pero numerosas en un intervalo limitado de tiempo, y que actúa como un factor de base que facilita el razonamiento y el cálculo al permitir dedicar más recursos a procesos de orden superior (Formoso et al., 2018; Frolli et al., 2023; Kail et al., 2015).

Los incrementos en VP podrían reflejar una mayor automatización de procesos básicos (como en el reconocimiento de símbolos, la respuesta motora a estímulos visuales y la codificación rápida de patrones), lo que liberaría recursos de MT y FE para el razonamiento matemático (Kail et al., 2015). La práctica repetida en las apps, con tareas breves, ritmo sostenido y *feedback* inmediato, puede haber contribuido a esta ligera ganancia en eficiencia. Que la ganancia en el Gc sea mayor puede deberse a que en el Ge no se ha trabajado de forma explícita durante la intervención (dado que no existe ninguna tarea específica para este predictor, se trabaja de forma transversal) o a que la prueba de evaluación de esta habilidad no ha captado aspectos específicos, dado que la prueba era de papel y lápiz y el entrenamiento ha sido mediante tecnología.

En contraste con las variables anteriores, los resultados en *shifting* e inhibición son más ambiguos. En ambos grupos se observan ciertos cambios a lo largo del tiempo, pero las mejoras no alcanzan la misma magnitud ni consistencia que en MTVE, MTV, CF y VP, y las diferencias entre grupos tras la intervención son menos claras.

Este patrón matiza parcialmente lo esperado a partir del marco teórico. La literatura ha señalado que las FE, especialmente inhibición y *shifting*, guardan una relación estrecha con el rendimiento matemático, tanto en el periodo preescolar como en los primeros cursos de Educación Primaria (Friedman & Miyake, 2017; ten Braak et al., 2022). Sin embargo, también se ha descrito que las FE presentan trayectorias de desarrollo más prolongadas y pueden ser menos sensibles a intervenciones breves, especialmente cuando las tareas de entrenamiento no se focalizan de forma intensiva en estos procesos (Jacob et al., 2022; Lee et al., 2013; Meltzer, 2018).

Aunque algunas actividades de las apps fueron diseñadas para estimular el cambio de criterio (*Fly contra Spill*), la actualización de reglas (*El restaurante de Mon*) y el control de respuestas impulsivas (*Sigue la flecha con el Duende Pedrito*), su peso

dentro del programa puede haber sido insuficiente en duración o frecuencia como para producir efectos robustos por encima de la maduración y de las experiencias de aula habituales. Además, las medidas utilizadas (*Card Sorting y Go/No-Go*) pueden captar aspectos específicos de *shifting* e inhibición en situaciones muy estructuradas, que no siempre reflejan el uso más flexible de estas funciones en contextos de resolución de problemas (Howard & Melhuish, 2017).

Un resultado especialmente relevante es la mejora significativa y de gran magnitud en la MTV en el GE, evaluada mediante la tarea de dígitos. El alumnado pasa de puntuaciones iniciales más bajas, siendo una de las variables que conformaban el perfil cognitivo diferencial, a un rendimiento claramente superior en el postest. Esta mejora no se observó en el Gc, y se alinea con la evidencia empírica que asocia la MTV con la codificación de secuencias, la retención de cantidades y el desarrollo del cálculo mental (Allen & Giofrè, 2021; Coolen & Castronovo, 2023; De Vita et al., 2021; Lee Swanson et al., 2021). La importancia de este resultado se potencia al considerar que la MTV es uno de los predictores más consistentes del rendimiento matemático en contextos diversos (Allen & Giofrè, 2021; Bernal- Ruiz et al., 2023; Peng et al. 2016).

Teóricamente, la MTV se ha vinculado con la capacidad para mantener y manipular información numérica secuencial, como series de números, instrucciones verbales complejas o pasos intermedios en la resolución de problemas (Allen & Giofrè, 2021; De Smedt et al., 2009). Además, como se ha mencionado anteriormente, se vincula con la CF y el léxico numérico, facilitando la consolidación de hechos aritméticos y el acceso fluido a los símbolos numéricos (Amland et al., 2021; Cirino et al., 2018; Georgiou et al., 2021; Melby-Lervåg et al., 2016).

El diseño de las apps, que exige recordar consignas, actualizar resultados parciales, seguir secuencias y coordinar respuestas verbales o simbólicas, parece haber

actuado como un contexto privilegiado de entrenamiento de la MT (tanto verbal como visoespacial): las tareas mantienen una carga cognitiva moderada, ofrecen *feedback* inmediato y requieren sostener información durante breves intervalos, condiciones que la literatura identifica como óptimas para estimular la MT en edades tempranas (De Vita et al., 2022).

Estos datos sugieren que, más allá de su impacto en la competencia matemática temprana, las apps pueden contribuir a fortalecer recursos de MTV con posible transferencia a otros ámbitos escolares, como la comprensión de instrucciones, el aprendizaje de la lectura y la resolución de tareas en las que es necesario mantener varias condiciones simultáneamente (Cirino et al., 2018; Coolen & Castronovo, 2023; De Vita et al., 2021; Lee Swanson et al., 2021; Spiegel et al., 2021).

Al comparar los resultados del Ge con el Gc, se observa que este último también muestra ciertos avances asociados al desarrollo evolutivo y a la escolarización ordinaria, especialmente en aquellas variables más ligadas a la práctica general de aula. Sin embargo, las ganancias son sistemáticamente menores (excepto en VP) y, en varios casos, no alcanzan significación estadística (MTVE, inhibición, *shifting* y MTV). Las diferencias más claras entre grupos se concentran en CF, donde el tamaño del efecto es 3 veces mayor en Ge, y en MTVE y MTV donde solo el Ge obtiene diferencias significativas en situación post. Además, en MTVE desaparecen las diferencias estadísticas entre ambos grupos. Desde una perspectiva teórica, estos hallazgos apoyan la concepción del pensamiento matemático como un sistema apoyado en múltiples habilidades cognitivas donde la mejora en alguna de ellas puede traducirse en progresos significativos en la competencia matemática temprana, tal como se ha observado al discutir la H1.

Como conclusión de esta segunda hipótesis, los resultados obtenidos permiten confirmarla parcialmente. El entrenamiento mediante las apps se asocia con mejoras claras y de magnitud relevante en varios componentes cognitivos vinculados al pensamiento matemático (MTVE, VP, CF y MTV), mientras que los efectos sobre *shifting* e inhibición resultan más limitados. Este patrón está alineado con la literatura que destaca el papel central de la MT y de los procesos fonológicos en el aprendizaje matemático temprano, y sugiere que las apps, diseñadas desde un enfoque integrado y lúdico, no solo inciden en la competencia matemática específica, sino también en el entramado de recursos cognitivos que la sostienen. Al mismo tiempo, los hallazgos señalan la necesidad de reforzar y prolongar el entrenamiento de las FE para producir cambios más contundentes en estos predictores de dominio general, en línea con los estudios que han documentado mejoras tras programas específicos y de mayor duración (Ng et al., 2015; ten Braak et al., 2022).

Discusión Hipótesis 3

Los cambios en la competencia matemática se relacionarán con los cambios experimentados en las habilidades de domino general como consecuencia de Psicomates-Kids 1 y 2.

Una vez observado que existen cambios tanto en la CMT como en algunos de sus predictores de dominio general, se puede discutir la H3.

La tercera hipótesis planteaba que los cambios en la competencia matemática se relacionarían con los cambios observados en las variables de dominio general como consecuencia de las apps, partiendo del supuesto teórico de que la competencia matemática temprana se apoya en una combinación de predictores de dominio específico y de dominio general (Aragón et al., 2021; Bernal-Ruiz & Cerda, 2024 Dvoinin & Trotskaya, 2022; Geary, 2013). En esta tesis, la comprobación empírica se ha llevado a cabo mediante modelos de regresión en pretest y postest en cada grupo. Los patrones observados permiten extraer conclusiones relevantes sobre cómo se articula la competencia matemática con las habilidades de dominio general descritas en la introducción.

En el Ge, los modelos de regresión muestran que, tanto en pretest como en postest, la competencia matemática se explica de forma significativa principalmente a partir de dos predictores de dominio general: la CF y el *shifting*. En pretest, la CF emerge como el predictor con mayor peso, y la inclusión del *shifting* incrementa el porcentaje de varianza explicada, manteniéndose ambos con coeficientes significativos, lo que indica que cada uno aporta una contribución específica a la explicación de la competencia matemática (Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; ten Braak et al., 2022; Yang et al. 2022). En postest, los modelos vuelven a identificar la CF y el *shifting* como predictores significativos, con un aumento de la varianza explicada, lo que sugiere que la relación

entre estos recursos y la competencia matemática no solo se mantiene tras la intervención, sino que se refuerza. Esto va en la dirección en la que la CF, y en particular la conciencia silábica en edades tempranas constituye un predictor transversal del rendimiento en lectura y matemáticas, dado su papel en la codificación verbal, la manipulación de secuencias sonoras y la consolidación de asociaciones entre palabras, símbolos y cantidades (Cirino et al., 2018; Yang et al., 2022). Como se ha argumentado, las habilidades fonológicas facilitan la adquisición del léxico numérico verbal, el conteo, la recuperación de hechos aritméticos y la comprensión de enunciados de problemas, de modo que es esperable que la CF mantenga una relación estrecha con la CMT (Cirino et al., 2018; De Smedt et al., 2010; Yang et al., 2022).

Por su parte, el *shifting*, entendido como la capacidad de cambiar de criterio, actualizar reglas y alternar entre distintas estrategias, se conceptualiza como uno de los componentes básicos de las FE (Friedman & Miyake, 2017; Miyake et al., 2000). El *shifting* contribuye al rendimiento matemático porque permite ajustar estrategias cuando una solución no funciona, cambiar de representación (por ejemplo, de una estrategia de conteo a una basada en descomposición) y coordinar distintas fuentes de información en tareas de resolución de problemas (Blair & Razza, 2007; Meltzer, 2018; ten Braak et al., 2022). Que el *shifting* se mantenga como predictor significativo en el Ge antes y después de la intervención sugiere que la competencia matemática de este grupo se apoya de manera estable en la capacidad de adaptar y reorganizar sus respuestas, de acuerdo con el papel atribuido a las FE en el aprendizaje matemático en Educación Infantil (Friedman & Miyake, 2017; ten Braak et al., 2022).

Por tanto, los resultados del Ge confirman la importancia de la CF y del *shifting* como recursos de dominio general estrechamente vinculados a la competencia

matemática temprana (Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Cirino et al., 2018; ten Braak et al., 2022; Yang et al. 2022).

Cabe destacar que ambas variables fueron objeto de entrenamiento específico mediante tareas integradas en las apps. La actividad *Mon y las palabras* estaba diseñada para desarrollar habilidades de segmentación fonológica, mientras que la tarea *Fly contra Spill* promovía el *shifting*. Por tanto, los resultados no solo validan la hipótesis planteada, sino que también apoyan la eficacia del diseño instruccional de la intervención, al vincular directamente los contenidos entrenados con los cambios observados en las puntuaciones de competencia matemática.

En el Gc el patrón de predicción difiere parcialmente. En pretest, los modelos de regresión muestran que la CF vuelve a emerger como predictor significativo de la competencia matemática, explicando un porcentaje relevante de la varianza, y que la inhibición añade una contribución adicional al incluirse en el modelo. Este resultado es consistente con lo argumentado en la introducción: en Educación Infantil, la competencia matemática se relaciona tanto con las habilidades fonológicas como con la capacidad de inhibir respuestas irrelevantes o impulsivas, especialmente en tareas de conteo, selección de cantidades y resolución de problemas que requieren mantener la atención en la información numérica relevante (Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Blair & Razza, 2007; Cirino et al., 2018; Friedman & Miyake, 2017; McClelland et al., 2014; ten Braak et al., 2022; Yang et al. 2022).

En postest, sin embargo, el modelo del Gc cambia y la MTVE queda como único y principal predictor significativo de la competencia matemática, explicando una parte sustantiva de la varianza, mientras que la CF y la inhibición dejan de aportar contribuciones significativas. Este desplazamiento también es coherente con la introducción, donde se argumentó que la MTVE desempeña un papel especialmente

importante en las primeras fases del aprendizaje numérico y del razonamiento matemático, al permitir mantener y manipular representaciones espaciales de cantidades, posiciones en la recta numérica y configuraciones parte-todo (Allen & Giofrè, 2021; Coolen & Castronovo, 2023; De Vita et al., 2021; Fanari et al. 2019; Lee Swanson et al., 2021). La MTVE es uno de los mejores predictores del pensamiento matemático informal y del rendimiento posterior en aritmética, incluso cuando se controlan otras variables de dominio general (Coolen & Castronovo, 2023; Simms et al., 2016).

Por tanto, en el Gc, donde no se aplica la intervención mediante apps, parece observarse una trayectoria evolutiva natural en la que, con el tiempo, la MTVE gana peso como predictor de la competencia matemática, mientras que la CF y la inhibición pierden relevancia relativa conforme se consolidan el léxico numérico básico y los automatismos iniciales (Cragg et al., 2017; Simms et al., 2016). Este patrón se ajusta a la idea de que la importancia relativa de cada recurso cognitivo puede reconfigurarse a lo largo del desarrollo, reflejando cambios en el tipo de tarea matemática y en las estrategias que utilizan los niños (Agostini et al., 2022; Allen & Giofrè, 2021; Cragg et al., 2017). También, este patrón más disperso y menos consistente puede explicarse por la ausencia de una intervención estructurada en dicho grupo, lo cual sugiere que el desarrollo espontáneo de habilidades cognitivas sin entrenamiento dirigido tiene un impacto menos predecible en la mejora del rendimiento matemático.

Un aspecto clave a la hora de interpretar que en unos modelos aparezca *shifting* y en otros inhibición es que ambos procesos forman parte de un mismo sistema ejecutivo. Los modelos de Miyake et al. (2000) y las actualizaciones posteriores de Friedman & Miyake (2017) describen las FE como un constructo compuesto por inhibición, *shifting* y actualización que son distinguibles, pero comparten una varianza

común, de manera que pueden considerarse facetas de un mismo sistema de control atencional y regulatorio (Friedman & Miyake, 2017; Miyake et al., 2000). Aunque cada componente pueda medirse con tareas específicas, a nivel funcional las FE operan de forma integrada en el contexto de la resolución de problemas matemáticos (Blair & Razza, 2007; Meltzer, 2018). Además, en Educación Infantil y primer ciclo de Primaria, perfiles de FE suelen predecir mejor que una única FE aislada (Wiebe et al., 2008). La razón por las que, en este estudio, en el Ge aparezca como predictor significativo la *shifting* y en el Gc lo haga la inhibición en pretest no implica que se trate de procesos totalmente independientes, sino que distintas tareas y contextos ponen de relieve diferentes facetas de un mismo sistema ejecutivo subyacente (Friedman & Miyake, 2017; Miyake et al., 2000). La resolución de tareas matemáticas tempranas requiere, simultáneamente, inhibir respuestas impulsivas y cambiar de regla o estrategia cuando la tarea lo exige, lo que explica que ambos componentes se hayan asociado al rendimiento matemático en la literatura (Blair & Razza, 2007; McClelland et al., 2014; ten Braak et al., 2022).

De este modo, la presencia de *shifting* en unos modelos e inhibición en otros puede interpretarse como la expresión de un mismo constructo ejecutivo compartido, cuya manifestación empírica depende de las características de la muestra, de las tareas utilizadas y del momento evolutivo (Friedman & Miyake, 2017; Wiebe et al., 2008). Esto también va en línea de que quienes padecen dificultades matemáticas presentan, de forma frecuente, déficits combinados en inhibición, *shifting* y actualización, más que alteraciones aisladas en un solo componente (Cirino et al., 2018; ten Braak et al., 2022).

Los resultados de esta H3, en ambos grupos, respaldan la concepción de que la competencia matemática temprana es un sistema apoyado en recursos de dominio específico y de dominio general (Agostini et al., 2022; Geary, 2004, 2011; Cirino et al.,

2018). Por un lado, las habilidades numéricas y lógicas específicas trabajadas en esta tesis (conteo, magnitud, operaciones, seriación, clasificación) constituyen el núcleo de la CMT, fuertemente relacionado con el rendimiento posterior en matemáticas académicas (Aragón et al., 2021; Duncan et al., 2007; Watts et al., 2014). Por otro lado, su adquisición y uso eficiente dependen de recursos de dominio general como la CF, la MTVE y las FE, que permiten codificar, mantener, manipular y regular la información numérica en contextos de tarea (Agostini et al., 2022; Cirino et al., 2018; Simms et al., 2016).

Que la CF emerja como predictor en ambos grupos, que la MTVE gane peso en el Gc y que *shifting* e inhibición contribuyan a explicar la competencia matemática de manera diferencial, se alinea con los modelos integrados que señalan que las trayectorias de aprendizaje matemático se explican mejor cuando se consideran simultáneamente las habilidades específicas y los recursos cognitivos generales (Aragón et al., 2021; Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Dvoinin & Trotskaya, 2022; Geary, 2013).

Para finalizar esta tercera hipótesis, se ha observado que existe una relación consistente entre competencia matemática y algunas variables cognitivas de dominio general, concretamente con CF, MTVE y FE (Aragón et al., 2021; Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Dvoinin & Trotskaya, 2022; Geary, 2013). En el Ge, los mismos predictores explican la competencia matemática antes y después de la intervención, con una capacidad explicativa mayor en el postest, lo que sugiere que las mejoras observadas en competencia matemática se apoyan en recursos cognitivos que ya eran relevantes y cuyo papel se consolida tras el entrenamiento con apps (Agostini et al., 2022; Cirino et al., 2018). Sin embargo, en el Gc, la transición desde modelos basados en CF e inhibición hacia la MTVE es coherente con las trayectorias evolutivas descritas en la literatura, donde el peso de los distintos recursos cognitivos se reorganiza a

medida que avanzan la escolaridad y las demandas matemáticas (Agostini et al., 2022; Allen & Giofrè, 2021; Cragg et al., 2017; Friedman & Miyake, 2017). Además, el cambio de patrón puede explicarse por la ausencia de intervención estructurada, sugiriendo que el desarrollo espontáneo de las habilidades de dominio general sin entrenamiento dirigido tiene un impacto menos predecible.

Se concluye, por tanto, que la H3 queda parcialmente confirmada: los datos apoyan el supuesto teórico de que la CMT está íntimamente relacionada con varias habilidades de dominio general, y que esta relación se mantiene o se refuerza tras la intervención con apps, aunque futuros estudios deberían incorporar análisis específicos de las puntuaciones de cambio para describir de forma más precisa cómo las ganancias en cada recurso cognitivo se traducen en mejoras matemáticas a lo largo del tiempo (Agostini et al., 2022; Cirino et al., 2018).

Discusión Hipótesis 4

El entrenamiento mediante Psicomates-Kids 1 y 2 favorecerá una mejora en el futuro rendimiento del alumnado.

La cuarta hipótesis planteaba que el entrenamiento mediante las apps favorecería una mejora en el futuro rendimiento del alumnado. En este estudio, el rendimiento matemático futuro se operacionalizó a partir de las calificaciones en la asignatura de matemáticas al curso siguiente de la intervención (0=aprobado; 1=suspenso), y se puso en relación con el estatus de riesgo definido mediante el Pc_{25} en la puntuación total del TEDI-MATH antes y después de la intervención.

Como se describió en los resultados, en la H1 ya se había comprobado que, tras la intervención, una parte significativa del alumnado del Ge pasó de estar en riesgo de DAM a situarse fuera de la franja de riesgo, con diferencias estadísticamente significativas en la distribución de perfiles de riesgo pre–post. Para comprobar si esta mejora en el perfil de riesgo se traducía en diferencias reales en el rendimiento académico posterior, se realizó un análisis específico con las calificaciones en el Ge. Se cruzó el estatus de riesgo tras la intervención (en riesgo vs. fuera de riesgo) con la situación de estar aprobado o suspenso. Los resultados mostraron que el 92.5% del alumnado del Ge situado fuera de riesgo (37 de 40) aprobó la asignatura de matemáticas al año siguiente, mientras que solo el 7.5% (3) suspendió. En contraste, la proporción de suspensos era claramente mayor entre quienes se mantenían en la franja de riesgo, con una distribución significativamente distinta entre categorías.

Además, la estimación mediante la OR indica que el alumnado que se sitúa fuera de la franja de riesgo tras la intervención tiene una probabilidad muy superior de aprobar matemáticas al año siguiente frente a aquel que permanece en riesgo. Aunque el intervalo de confianza fue amplio (debido al tamaño muestral reducido), la asociación

fue estadísticamente significativa, indicando el efecto protector robusto de estar fuera de riesgo sobre el rendimiento académico posterior.

Estos hallazgos encajan directamente con lo expuesto en la introducción respecto al valor predictivo de las competencias matemáticas tempranas: el rendimiento en tareas de competencia matemática en Educación Infantil predice de forma consistente el rendimiento posterior en matemáticas y la probabilidad de dificultades persistentes a lo largo de la escolaridad (Aragón et al., 2020; Duncan et al., 2007; Licastro et al., 2025; Morgan et al., 2009).

El hecho de que la mayor parte del alumnado que, tras la intervención, se sitúa fuera de riesgo apruebe matemáticas al año siguiente, mientras que los suspensos se concentran en quienes permanecen en riesgo, es apoyado por el uso del TEDI-MATH como herramienta para el cribado (Duncan et al., 2007; Grégoire et al., 2015; Licastro et al., 2025).

Asimismo, los predictores de dominio general contribuyen a explicar el rendimiento posterior en matemáticas y el riesgo de dificultades, más allá de las medidas estrictamente numéricas (Aragón et al., 2020; Bernal-Ruiz et al., 2023; Nguyen et al., 2016). Los resultados de esta tesis muestran que la intervención con apps mejora tanto la competencia matemática específica (H1) como varios de estos predictores de dominio general (H2), y que el cambio en el estatus de riesgo se asocia a un mejor rendimiento un año después, lo que refuerza la idea de que las trayectorias matemáticas futuras se construyen sobre la combinación de estos dos niveles de predicción (Agostini et al., 2022; Cirino et al., 2018).

El enfoque de riesgo de DAM y la importancia de integrar la evaluación de la CMT dentro de modelos de respuesta a la intervención combinan cribado, intervención

escalonada y seguimiento (Licastro et al., 2025; ten Braak et al., 2022). Desde este enfoque, pasar de estar “en riesgo” a “fuera de riesgo” tras una intervención temprana no es solo un cambio cuantitativo en la puntuación, sino un indicador de que el alumnado ha respondido adecuadamente a la enseñanza intensificada, reduciendo la probabilidad de desarrollar dificultades persistentes (Duncan et al., 2007; Morgan et al., 2009).

Los resultados de la H4 son consistentes con este planteamiento: el estatus de riesgo post-intervención discrimina de forma clara entre quienes aprueban y quienes suspenden matemáticas al año siguiente, con un OR elevado que indica una diferencia sustantiva en la probabilidad de éxito académico. En la práctica, esto implica que el programa de apps, al conseguir que una parte de los niños inicialmente en riesgo pase a estar fuera de esa franja (como se ve en la H1), reduce la probabilidad de fracaso posterior en matemáticas para ese grupo, actuando como una medida preventiva de segundo nivel en términos de respuesta a la intervención (ten Braak et al., 2022). Además, no intervenir tempranamente sobre el alumnado que presenta signos de riesgo conduce a la consolidación de trayectorias de bajo rendimiento difíciles de revertir más adelante, lo que tiene consecuencias académicas y socioemocionales a largo plazo (Licastro et al., 2025; Penner et al., 2019). El hecho de que en este estudio la gran mayoría del alumnado del Ge fuera de riesgo apruebe matemáticas al curso siguiente sugiere que la intervención con apps podría interrumpir esa trayectoria de riesgo.

Intervenciones tempranas estructuradas en competencia matemática, especialmente cuando se dirigen a alumnado con riesgo o bajo rendimiento, han demostrado tener un impacto sostenido a lo largo del tiempo, mejorando el rendimiento en cursos posteriores (Lievore et al., 2024; Morgan et al., 2009; Scalise et al., 2018; Svraka et al., 2024; ten Braak et al., 2022). Además, la duración, la intensidad y la

focalización en predictores claves son factores importantes para obtener efectos que se mantengan más allá del periodo de intervención.

En relación específica con programas digitales y apps educativas, se revisaron evidencias de intervenciones que no solo producían mejoras inmediatas, sino que también mostraban beneficios mantenidos en medidas de seguimiento, incluyendo rendimiento matemático y reducción del riesgo de dificultades (Cary et al., 2020; Fernández-Abella et al., 2019; Mera-Cantillo et al., 2025; Outhwaite et al., 2023; Pazouki et al., 2018; Schacter & Jo, 2017; Verbruggen et al., 2021). En estas investigaciones, los programas digitales combinaron entrenamiento en habilidades numéricas específicas con prácticas que implicaban MT, FE y procesamiento visoespacial, similar a la arquitectura del programa de apps diseñado para este trabajo. Los resultados de la H4 están en línea con estas investigaciones: el entrenamiento con apps no solo mejora la CMT y los predictores cognitivos durante el curso de la intervención, sino que también se asocia con un mejor rendimiento académico en matemáticas un año después, al menos para el alumnado que abandona la franja de riesgo. La asociación entre salir de riesgo tras la intervención y aprobar matemáticas es congruente con los estudios que indican efectos duraderos de las intervenciones tempranas, especialmente en alumnado con bajo rendimiento inicial (Cary et al., 2020; Mera-Cantillo et al., 2025; Morgan et al., 2009; Scalise et al., 2018).

Finalmente, sobre esta cuarta hipótesis se puede concluir que queda confirmada, con matices. Estar fuera de la franja de riesgo tras la intervención se asocia con una probabilidad muy alta de aprobar matemáticas al año siguiente, mientras que el suspenso se concentra en el alumnado que permanece en riesgo. La OR elevada indica un efecto protector claro del estatus fuera de riesgo sobre el rendimiento académico futuro, coherente con el valor predictivo atribuido en la literatura a las competencias

matemáticas tempranas y a los modelos de respuesta a la intervención (Duncan et al., 2007; Grégoire et al., 2015; Licastro et al., 2025; Morgan et al., 2009). Debido a que la intervención con apps fue el principal elemento que permitió que una parte del alumnado del Ge pasara de estar en riesgo a no estarlo (H1), es razonable interpretar que las apps han contribuido a esa mejora en el rendimiento académico posterior. Por otro lado, es importante reconocer la limitación del tamaño muestral, por lo que los resultados deben interpretarse con prudencia y como indicativos más que definitivos.

Discusión General Sobre la Eficacia de las Apps

Los resultados de las cuatro hipótesis sitúan el programa de apps no solo como un recurso eficaz para mejorar la CMT y varios de los predictores de dominio general, sino también como una propuesta coherente con las características que se le atribuyen a las intervenciones efectivas y basadas en tecnología en Educación Infantil.

El diseño de las apps se alinea de forma explícita con la concepción multidimensional de la CMT, donde se combinan habilidades de conteo, magnitud, operaciones básicas, recta numérica y descomposición, junto con procesos lógicos como seriación y clasificación (Aragón et al., 2021; De Smedt et al., 2013; LeFevre et al., 2022). Cada aplicación se asocia a un precursor específico descrito como central en la literatura. Por ejemplo, *Rapicuenta* entrena la subitización y el reconocimiento rápido de pequeñas cantidades, que se ha vinculado con el desarrollo del sentido numérico y la estimación no simbólica (Geary et al., 2019; Jordan et al., 2009; Nguyen et al., 2016; Splinter et al., 2024; ten Braak et al., 2022). *Las recetas de Mamá Osa* se centra en el conteo coordinando, serie verbal, correspondencia uno a uno y cardinalidad, considerados la puerta de entrada al sistema numérico simbólico (Geary et al., 2019; Jordan et al., 2009; Nguyen et al., 2016; Spaepen et al., 2018; ten Braak et al., 2022*). La seta del Duende Pedrito* trabaja la descomposición y el conteo en base 10, clave para la comprensión del sistema decimal y para la transición hacia estrategias más avanzadas de cálculo (Geary et al., 2019; Jordan et al., 2009; Nguyen et al., 2016; Spaepen et al., 2018; ten Braak et al., 2022). *Compara cantidades con Mon el Dragón* aborda la comparación de magnitudes, tanto en formato no simbólico como simbólico y mixto, conectando las representaciones analógicas de cantidad con los símbolos arábigos (LeFevre et al., 2022; Xu et al., 2023). *Encuentra el número escondido* entrena la recta numérica, considerada una representación central del código analógico de magnitud y

un predictor robusto del rendimiento aritmético posterior (Schneider et al., 2018; Xu et al., 2023). Finalmente, *Calcula con Mon* se focaliza en los hechos numéricos de suma y resta, apoyando la automatización progresiva de operaciones básicas y su comprensión relacional (Barth et al., 2003; 2008; Gilmore et al., 2010; Hyde et al., 2021; LeFevre et al., 2022). Esta correspondencia entre subtests del TEDI-MATH y las tareas de las apps, descritas en el apartado del método, refuerza que el programa no es un conjunto de juegos aislados, sino una intervención estructurada y alineada con los componentes del pensamiento matemático informal. Los efectos observados en todas las subpruebas del TEDI-MATH encajan con el entrenamiento de las diferentes habilidades.

También, el diseño de las apps refleja la visión integradora de que la CMT se apoya en la interacción entre predictores de dominio específico y predictores de dominio general:

- Las tareas numéricas requieren mantener y actualizar información (por ejemplo, recordar cantidades, posiciones o resultados parciales), lo que activa la MTVE y MTV, coherente con el papel de estas variables en las hipótesis 2 y 3 (Allen & Giofrè, 2021; Coolen & Castronovo, 2023; Simms et al., 2016).
- La necesidad de inhibir respuestas impulsivas (no pulsar inmediatamente el estímulo más llamativo, esperar a que aparezca toda la cantidad, respetar el tiempo de presentación) y de ajustar la respuesta cuando cambian las reglas pone en juego la inhibición y el *shifting* (Friedman & Miyake, 2017; Ionescu et al., 2024; Miyake et al., 2000; Van der Ven et al., 2011).
- El uso de consignas verbales, numerales y enunciados sencillos apoya la CF y el léxico numérico, en línea con la importancia atribuida a estos componentes como predictores transversales de lectura y matemáticas (Cirino et al., 2018; Hoff et al., 2023; Zhou et al., 2022).

Por tanto, las apps (incluidas las destinadas a una habilidad de dominio específico concreta) no solo entrenan dicha habilidad, sino que lo hacen de manera coordinada para ambos tipos de predictores, lo que encaja con los modelos que proponen intervenciones que aborden simultáneamente dominios específicos y generales para maximizar su impacto (Friso-van den Bos et al., 2015; Kim et al., 2021; Verbruggen et al., 2021; Mera Cantillo et al., 2025).

En cuanto a la influencia de las teorías del aprendizaje sobre la intervención mediante apps, la cognición 4E (*embodied, embedded, enactive, extended*) se utiliza como referencia para entender el aprendizaje matemático y la aplicación de esta intervención, según el cual la cognición está encarnada (*embodied*, ligada al cuerpo y al movimiento), situada o insertada (embedded, en contextos materiales y sociales concretos), es enactiva (*enactive* en cuanto a que se construye en la acción, y es extendida (*extended* en tanto que se apoya en herramientas externas como signos y tecnologías) (Lebert & Vilarroya 2024; Rivera-Novoa & Duarte-Aria, 2025; Schilhab & Groth, 2024).

Las apps diseñadas se ajustan de forma clara a este enfoque:

- Son *embodied* porque requieren gestos y acciones concretas (arrastrar, señalar, seleccionar, colocar elementos en la recta numérica o completar conjuntos), aprovechando el papel del cuerpo y la manipulación en la construcción de conceptos matemáticos, en consonancia con las propuestas sobre cognición encarnada en matemáticas (Barrett & Stout, 2024; Kiverstein et al., 2024).
- Son *embedded* porque se pueden insertan en el contexto del aula o en casa, con una mediación docente o parental que estructure las sesiones, introduzca las tareas y regule su uso, tal como proponen las perspectivas socioculturales de

Vygotsky sobre la zona de desarrollo próximo y la mediación cultural en la construcción del conocimiento (Bruner, 1966; Vygotsky, 1978).

- Son *enactive* en la medida en que el conocimiento se construye haciendo: el alumnado descubre regularidades numéricas y relaciones de magnitud a través de la acción repetida y el *feedback* inmediato, en coherencia con el énfasis en la actividad como base de la internalización de estructuras lógicas descrito por Piaget y por las teorías neo-piagetianas (Arsalidou & Pascual-Leone, 2016; Piaget & Inhelder, 1975).
- Son *extended* porque utilizan la tablet y las aplicaciones como herramientas externas de apoyo cognitivo, que permiten descargar parte de la carga de memoria (por ejemplo, manteniendo visibles cantidades, marcas en la recta o símbolos) y dedicar más recursos a la reflexión sobre las relaciones numéricas (Carney, 2020; Fajardo-Santamaría, 2022; Favela et al., 2021).

De este modo, el programa no se limita a digitalizar actividades, sino que explota las posibilidades específicas de la tecnología de acuerdo con una concepción 4E de la cognición y con las teorías socioculturales del aprendizaje.

Respecto a las características de las intervenciones matemáticas tempranas eficaces el programa de apps responde a estos criterios:

- Individualización: aunque las sesiones se desarrollan en grupo, las tareas permiten que cada niño o niña avance a su ritmo dentro de los niveles de dificultad, repitiendo intentos cuando es necesario y recibiendo *feedback* inmediato. Esto se ajusta a la recomendación de adaptar la dificultad y el ritmo a las necesidades de cada alumno, especialmente en alumnado en riesgo (Bernal-Ruiz et al., 2023; Kim et al., 2021; Reynvoet et al., 2021).

- Carácter lúdico: todas las apps presentan narrativas sencillas, personajes llamativos (generalmente conocidos por el alumnado), recompensas visuales y auditivas y desafíos progresivos, en línea con que el juego es una vía natural de aprendizaje en Infantil y tiene un papel en el aumento de la motivación y la persistencia (Mera et al., 2022; Ramani & Eason, 2015; Scalise et al., 2018).
- Sistematicidad: las aplicaciones se organizan en niveles progresivos, que incrementan gradualmente la complejidad, cumpliendo la recomendación de estructurar la intervención en secuencias planificadas (Kroesbergen & Van Luit, 2003; Myers et al., 2022; Yıldız et al., 2025).
- Evaluación continua: en esta intervención, la evaluación se realizó mediante las pruebas de competencia matemática y de predictores de dominio general, pero podría acompañarse con la evaluación continua en el centro o en casa (Licastro et al., 2025).
- Inclusión del entorno: el programa puede implementarse integrado en la dinámica del aula, con el profesorado como mediador, y es transferible al hogar, en línea con los enfoques que recomiendan coordinar escuela y familia para reforzar los aprendizajes matemáticos tempranos (Harris & Petersen, 2017; Young et al., 2023).

Así, el programa de apps cumple los criterios que la literatura identifica como propios de las intervenciones tempranas de calidad, lo que ayuda a situar la magnitud y amplitud de sus efectos.

En cuanto a las intervenciones basadas en tecnología que pueden mejorar de forma significativa el rendimiento en matemáticas tempranas, también han advertido que muchos programas digitales presentan limitaciones: centrarse únicamente en práctica repetitiva, focalizarse en un solo componente o carecer de una fundamentación

teórica explícita (Outhwaite et al., 2019, 2023; Reynvoet et al., 2021; UNESCO, 2023). Frente a este panorama, el programa de apps de esta tesis aporta varios elementos diferenciadores (esquematizados en la Figura 31):

- Cobertura amplia y coordinada de predictores específicos clave. A diferencia de apps que se restringen al conteo o a ejercicios aislados de cálculo, el programa integra tareas complementarias que abarcan subitización, conteo, base 10, comparación de magnitudes, recta numérica y hechos aritméticos, en correspondencia directa con los componentes evaluados por el TEDI-MATH. Esta cobertura amplia y coordinada se ajusta a las recomendaciones de desarrollar intervenciones que atiendan simultáneamente varios componentes del pensamiento matemático (Friso-van den Bos et al., 2015; Mera Cantillo et al., 2025).
- Integración explícita de dominio específico y general. Muchos programas digitales se limitan a ofrecer práctica de habilidades numéricas, mientras que en este programa se han diseñado tareas para cada uno de los predictores de dominio general asociados a las matemáticas (Friso-van den Bos et al., 2015; Kim et al., 2021; Verbruggen et al., 2021; Mera Cantillo et al., 2025). Los resultados de las hipótesis 2 y 3 muestran que esta integración se refleja en mejoras en MTVE, VP, CF y MTV.
- Fundamentación en el enfoque 4E y en teorías socioculturales. El programa se apoya en el uso de la tecnología como herramienta encarnada, situada y extendida, no como mero soporte de ejercicios, lo que lo diferencia de otras apps. Este enfoque se alinea con las propuestas actuales de cognición 4E y con las teorías de Piaget, Vygotsky y Bruner sobre el papel de la acción, la mediación y el andamiaje en el aprendizaje matemático (Barrett & Stout, 2024;

Bruner, 1966; Piaget & Inhelder, 1975; Schilhab & Groth, 2024; Vygotsky, 1978).

- Inserción en un modelo de prevención y respuesta a la intervención. Mientras que muchas apps se comercializan como recursos generales sin una estrategia de identificación y seguimiento del riesgo, en este programa se ha integrado un modelo de cribado e intervención temprana: se ha identificado al alumnado en riesgo mediante el TEDI-MATH, se ha asignado a un grupo de perfil cognitivo bajo o alto (donde entraban en juego la MTV y la IF), se ha aplicado la intervención y se ha analizado la relación entre riesgo y rendimiento académico posterior (Duncan et al., 2007; Licastro et al., 2025; OECD, 2023b). Los resultados de la H4 muestran que salir de la franja de riesgo tras la intervención se asocia con una probabilidad muy superior de aprobar matemáticas al año siguiente.
- Complementariedad con la enseñanza tradicional. El programa no pretende sustituir la enseñanza habitual, sino complementarla con un bloque intensivo y estructurado de trabajo sobre predictores claves, en línea con las propuestas de intervención temprana que se añaden a la instrucción regular para el alumnado en riesgo (Aunio et al., 2021; Nguyen et al., 2016). Que el Gc mejore, pero con efectos menores en todas las variables, respalda esta idea de valor añadido sobre la escolarización ordinaria.

En resumen, el programa diseñado en el presente estudio se muestra adecuado y consistente con la teoría: traduce a un entorno digital lúdico los principales predictores de la competencia matemática temprana, integrando el entrenamiento de las habilidades de dominio general y específico, se articula con el enfoque 4E y las teorías socioculturales, y cumple los criterios de las intervenciones eficaces en Educación

Infantil. Además, aporta elementos diferenciales frente a otros programas digitales y a la enseñanza tradicional, especialmente en términos de cobertura multidimensional, fundamentación teórica explícita y orientación preventiva.

Figura 31.

Elementos diferenciadores del programa Psicomates-Kids 1 y 2



Capítulo 6. Conclusiones

En conjunto, los resultados obtenidos permiten afirmar que la tesis cumple los objetivos generales y específicos planteados en el Capítulo 2: el programa de apps mejora la competencia matemática temprana, incide en varios predictores cognitivos de dominio general, confirma la relación estrecha entre competencia matemática y dichos predictores y se asocia con un mejor rendimiento académico posterior en matemáticas en el alumnado inicialmente en riesgo. Esta imagen global es coherente con el marco teórico que presentaba la CMT como un sistema complejo y multidimensional, en el que convergen habilidades numéricas específicas y recursos de dominio general que interactúan desde edades muy tempranas (Aragón et al., 2021; Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Clements & Sarama, 2020; Dvoinin & Trotskaya, 2022; Geary, 2013).

En relación con la competencia matemática específica (H1), el programa de apps genera mejoras significativas y de gran tamaño en la puntuación global del TEDI-MATH y en todas sus subpruebas, además de reducir el porcentaje de alumnado situado en la franja de riesgo de DAM. Esto refuerza la idea de que la CMT es sensible a intervenciones dirigidas a predictores claves y que las habilidades evaluadas por instrumentos como el TEDI-MATH constituyen marcadores tempranos relevantes para anticipar el rendimiento posterior (Duncan et al., 2007; Grégoire et al., 2015; Licastro et al., 2025).

En cuanto a los predictores de dominio general (H2), la intervención produce mejoras claras en MTVE, CF y MTV, mientras que los cambios en VP, *shifting* e inhibición son más modestos. Este perfil se ajusta a la literatura que destaca el papel central de la MT y del procesamiento fonológico en el aprendizaje matemático temprano (Cirino et al., 2018; Coolen & Castronovo, 2023; Nguyen et al., 2016; Simms et al., 2016). Al mismo tiempo, matiza las expectativas respecto a las FE, subrayando

que no todos los componentes ejecutivos presentan la misma sensibilidad a intervenciones breves (Friedman & Miyake, 2017; Miyake et al., 2000).

La H3 pone de relieve que la CMT se articula con un conjunto coherente de habilidades cognitivas. En el Ge, la competencia matemática se explica de forma consistente, antes y después de la intervención, por la CF y el *shifting*, confirmando el papel transversal del procesamiento fonológico y de las FE en el aprendizaje numérico (Cirino et al., 2018; Friedman & Miyake, 2017; ten Braak et al., 2022). En el Gc, la transición desde un modelo basado en CF e inhibición a otro donde la MTVE adquiere un peso central tras la escolarización ordinaria se alinea con las trayectorias evolutivas descritas en la literatura, según las cuales la importancia relativa de cada recurso cognitivo cambia con el desarrollo y con las demandas de las tareas matemáticas (Agostini et al., 2022; Geary, 2013; Simms et al., 2016).

Por último, la H4 muestra que los cambios en el riesgo tras la intervención se traducen en diferencias reales en el rendimiento académico futuro en matemáticas: el alumnado del Ge que se sitúa fuera de riesgo al finalizar la intervención presenta una probabilidad claramente superior de aprobar matemáticas al año siguiente que quienes permanecen en riesgo. Este resultado se integra con el enfoque de riesgo y respuesta a la intervención, donde se señala que la detección temprana y las intervenciones estructuradas pueden modificar de forma sustantiva las trayectorias de bajo rendimiento (Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Duncan et al., 2007; Licastro et al., 2025; Morgan et al., 2009; Scerif et al., 2023).

Este trabajo defiende la eficacia de Psicomates-Kids 1 y 2, un programa de apps diseñado desde una perspectiva teórica integrada, que combina predictores de dominio general y específico de las matemáticas, enfoques socioculturales y la cognición 4E, y

puede traducirse en mejoras significativas y relevantes educativamente en una muestra de alumnado con riesgo de padecer futuras dificultades en matemáticas.

Aportaciones novedosas de la tesis

Aportaciones teóricas

En primer lugar, este trabajo ofrece una integración original de distintos marcos teóricos sobre la CMT. Se articulan modelos neurocognitivos que describen la arquitectura de la cognición matemática con enfoques que subrayan el papel de los predictores de dominio general con perspectivas socioculturales y 4E del aprendizaje (Dehaene, 1992; Barrett & Stout, 2024; Fajardo-Santamaría, 2022; Geary, 2013; Von Aster & Shalev, 2007; Vygotsky, 1978; Schilhab & Groth, 2024). Esta síntesis de contenidos permite conceptualizar la CMT como un sistema distribuido que se construye en la interacción entre el niño, las herramientas culturales y el contexto educativo.

En segundo lugar, los resultados empíricos aportan evidencia específica sobre la relevancia combinada de la CF y las FE en la CMT, mostrando que la CF y el *shifting* explican una parte sustantiva de la varianza en competencia matemática en el Ge, mientras que la inhibición y la MTVE adquieren distinto peso en el Gc según el momento de evaluación (Cirino et al., 2018; Coolen & Castronovo, 2023; De Vita et al., 2021; Friedman & Miyake, 2017; Lee Swanson et al., 2021; Simms et al., 2016). Esta evidencia refuerza la idea de que las FE no son un bloque unitario, sino un conjunto de procesos relacionados que pueden vincularse a las matemáticas de maneras parcialmente diferenciadas (Wiebe et al., 2008; Cragg et al., 2017; Friedman & Miyake, 2017; ten Braak et al., 2022). También puede indicar la estabilidad del patrón ante una intervención estructurada frente a la inestabilidad del mismo debido al aprendizaje natural y espontaneo.

En tercer lugar, el estudio contribuye a precisar el papel de los predictores de dominio general en el contexto del riesgo. Al trabajar con alumnado seleccionado precisamente por su mayor vulnerabilidad académica y cognitiva, los resultados muestran que la mejora en componentes como la MTV, la MTVE y la CF puede tener un impacto especialmente relevante en la trayectoria matemática de estos niños (Agostini et al., 2022; Aragón et al., 2020; Nguyen et al., 2016).

Por último, la presente investigación incorpora el enfoque de cognición 4E, argumentando que las apps no solo funcionan como soporte de tareas, sino como herramientas externas que reconfiguran la carga cognitiva, los formatos de representación y las posibilidades de acción, en línea con las propuestas que conciben la tecnología como un recurso cognitivo extendido (Carney, 2020; Fajardo-Santamaría, 2022; Rivera-Novoa & Duarte-Aria, 2025).

Aportaciones metodológicas

En el plano metodológico, la presente tesis doctoral aporta varias novedades. En primer lugar, se aplica un diseño cuasi-experimental con grupo control, medidas pre y post, y seguimiento, centrado en alumnado en riesgo identificado a través de una batería estandarizada de competencia matemática como el TEDI-MATH. Este planteamiento se ajusta a las recomendaciones para la evaluación de intervenciones tempranas en contextos educativos reales, donde la asignación aleatoria suele ser difícil de implementar (Clements & Sarama, 2020).

En segundo lugar, se utiliza una batería extensa y combinada de instrumentos, que evalúa la CMT y un conjunto amplio de predictores de dominio general. Esta aproximación permite analizar el impacto de la intervención no solo sobre la competencia matemática, sino también sobre el perfil cognitivo subyacente, algo menos

frecuente en estudios de intervención con apps educativas (Agostini et al., 2022; Amland et al., 2021; Cirino et al., 2018).

En tercer lugar, el análisis de las hipótesis 1 y 4 incorpora un indicador de riesgo basado en percentiles y lo pone en relación con el rendimiento académico posterior en matemáticas (aprobado/suspenso), estimando la OR asociada a estar fuera de riesgo de padecer DAM. Esta forma de operacionalizar el riesgo y de vincularlo a resultados académicos concretos contribuye a acercar la evaluación psicopedagógica a los modelos de respuesta a la intervención (Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Duncan et al., 2007; Licastro et al., 2025).

Por último, en la tesis se incluyen seis nuevas tareas en formato app, que conforman *Psicomates-kids 2,* y complementan programas anteriores (Mera et al., 2022), alineadas con subcomponentes específicos de la CMT y que supone una aportación metodológica concreta para futuras investigaciones que deseen replicar o adaptar el programa. Concretamente, estas tareas trabajan CF (*Mon el Dragón y las Palabras*), conteo y descomposición en base-10 (*La seta del Duende Pedrito* y *Las recetas de Mamá Osa*), bucle fonológico (*Descifra con el Conejito Lupito*) y *shifting* e inhibición (*Fly contra Spill* y *Sigue la flecha con el duende Pedrito*). Precisamente, a algunas de estas nuevas tareas, se pueden asociar los mayores cambios producidos tras la intervención, como son el conteo, la CF y la MTV. La explicitación del vínculo entre cada tarea con los predictores trabajados y los ítems del TEDI-MATH facilita su utilización en otros estudios y contextos.

Aportaciones aplicadas y educativas

Desde una perspectiva aplicada, esta tesis ofrece un programa de intervención digital estructurado y fundamentado teóricamente, orientado al alumnado de Educación Infantil que puede estar riesgo de dificultades en matemáticas. A diferencia de muchas

aplicaciones comerciales, el programa se ha diseñado para integrarse en las aulas y en el hogar, con una coordinación estrecha con el profesorado y un enfoque de apoyo complementario a la enseñanza ordinaria (Aunio et al., 2021; Clements & Sarama, 2020).

Los resultados muestran que: el programa mejora de manera notable la CMT, reduciendo el porcentaje de alumnado en riesgo; fortalece varios predictores cognitivos claves; y, se asocia con una mayor probabilidad de aprobar matemáticas al año siguiente en el alumnado que sale de la franja de riesgo.

Este conjunto de evidencias sitúa el programa como una herramienta potencialmente útil para centros educativos, especialmente aquellos con alta proporción de alumnado vulnerable, y ofrece una guía concreta para el diseño de intervenciones digitales tempranas alineadas con la investigación actual (Haßler et al., 2015; Mera-Cantillo et al., 2025; Outhwaite et al., 2023; Schacter & Jo, 2017).

Además, esta investigación aporta orientaciones implícitas para la formación del profesorado en el uso de tecnologías digitales con finalidad preventiva, subrayando la importancia de la mediación docente y la selección de tareas ajustadas a cada predictor clave (OECD, 2023a, 2023b; UNESCO, 2023).

Limitaciones y futuras líneas de investigación

Limitaciones del estudio

En primer lugar, el estudio se basa en un diseño cuasi-experimental sin asignación aleatoria de los participantes a las condiciones, lo que limita la capacidad para atribuir de manera plenamente causal los efectos observados exclusivamente a la intervención. Aunque la presencia de un Gc y las medidas pre–post reducen el riesgo de amenazas internas a la validez, no pueden descartarse completamente influencias de

variables no controladas, como las actividades que el alumnado realiza extracurricularmente o la implicación del profesorado de cada centro.

En segundo lugar, la muestra procede de un número limitado de centros educativos y de un contexto geográfico concreto, además de que el alumnado seleccionado para el Ge presentaba mayores dificultades académicas y cognitivas. Esto refuerza la relevancia del estudio para contextos de riesgo, pero limita la generalización de los resultados a otras poblaciones, como alumnado sin dificultades o contextos socioculturales diferentes (OECD, 2023a, 2023b). En relación con la potencia estadística y la precisión de las estimaciones, es importante señalar que el tamaño muestral disponible, especialmente en algunos análisis específicos (por ejemplo, en la OR de la H4 o en los modelos de regresión con varios predictores), limita la capacidad para detectar efectos pequeños y aumenta la amplitud de los intervalos de confianza. Esto implica que algunos resultados no significativos, en particular en el ámbito de las FE, deben interpretarse con cautela, ya que podrían reflejar falta de potencia más que ausencia real de efecto. Por ello, el énfasis de la tesis se ha puesto en la estimación de tamaños del efecto, más que en la dicotomía significativo/no significativo, entendiendo los hallazgos como indicios de patrones de relación y de cambio que deberían ser contrastados y refinados en estudios futuros con muestras más amplias y diseños experimentales más potentes.

Desde el punto de vista de la precisión de las estimaciones, el tamaño muestral disponible permite calcular proporciones con un margen de error aproximado de ±10 puntos porcentuales al 95 % de confianza. En términos prácticos, esto implica que los porcentajes observados en la muestra (por ejemplo, el 92,5 % de alumnado que, tras situarse fuera de la franja de riesgo, aprueba la asignatura de matemáticas al curso siguiente) deben interpretarse como intervalos aproximados en la población. Aun así,

incluso considerando este margen de error, los resultados apuntan a efectos de magnitud elevada (una mayoría muy amplia que mejora su situación y aprueba), de modo que las conclusiones sustantivas del estudio se mantienen: el programa de apps se asocia con una reducción clara del riesgo y con una alta probabilidad de éxito académico posterior en matemáticas.

En tercer lugar, aunque la batería de evaluación es amplia, las FE se evalúan mediante un número limitado de tareas (por ejemplo, una tarea de clasificación para *shifting* y una tarea *Go/No-Go* para inhibición), que captan solo una parte de la complejidad de estos constructos. Estudios previos han subrayado la conveniencia de emplear baterías multitarea para estimar de forma más fiable los componentes ejecutivos (Friedman & Miyake, 2017; Miyake et al., 2000).

En cuarto lugar, el seguimiento del rendimiento académico posterior se basa en la calificación de la asignatura de matemáticas (aprobado/suspenso) en el Ge, sin disponer de una medida análoga para el Gc ni de pruebas estandarizadas de rendimiento matemático en el seguimiento. Esto limita la posibilidad de comparar de manera directa la evolución del Ge y el Gc a medio plazo y de separar el efecto de la intervención del impacto de otros factores (Licastro et al., 2025; Morgan et al., 2009).

Por último, el estudio no explora en detalle variables de implementación como la fidelidad a la intervención, las adaptaciones realizadas, las actitudes del profesorado o el grado de apoyo familiar, factores que la literatura ha identificado como relevantes para la eficacia de las intervenciones (Scalise et al., 2018).

Futuras líneas de investigación

A partir de estas limitaciones, se abren diversas líneas de investigación futura.

En primer lugar, replicar el estudio con muestras más grandes y heterogéneas, incluyendo centros de distintos contextos socioculturales, así como alumnado con diferentes perfiles de rendimiento, con el objetivo de analizar la generalización de los efectos y posibles diferencias según variables como el nivel socioeconómico (Aragón et al., 2020; Nguyen et al., 2016).

En segundo lugar, utilizar diseños experimentales aún más robustos, con asignación aleatoria de aulas o centros a condiciones de intervención y control, o emplear diseños escalonados que permitan evaluar la efectividad del programa en contextos reales manteniendo criterios éticos y organizativos (Clements & Sarama, 2020).

En tercer lugar, incorporar medidas adicionales de seguimiento, tanto de rendimiento matemático como de otras áreas académicas (por ejemplo, lectura), y extender el periodo de seguimiento a varios cursos escolares. Esto permitiría analizar si los efectos de la intervención se mantienen, se amplifican o se reducen con el tiempo, y si se observan beneficios de transferencia a otros dominios (Duncan et al., 2007; Morgan et al., 2009).

En cuarto lugar, intensificar el entrenamiento mediante las apps dirigidas a las FE, especialmente a la inhibición y al *shifting*, dada su relevancia en la arquitectura del pensamiento matemático y los resultados más modestos que se han encontrado en este trabajo (ten Braak et al., 2022).

En quinto lugar, profundizar en el análisis de los procesos de interacción con las apps, aprovechando registros de uso, patrones de respuesta o incluso técnicas como el

eye-tracking para comprender mejor cómo el alumnado se beneficia de las herramientas digitales, qué estrategias utiliza y cómo evoluciona a lo largo de la intervención (Haßler et al., 2015; Outhwaite et al., 2023).

Finalmente, explorar el papel del profesorado y de las familias en la implementación del programa y en su contribución al aprendizaje, analizando cómo sus creencias sobre las matemáticas y la tecnología, su formación y el apoyo que proporcionan influyen en los resultados. Ello permitiría diseñar acciones de acompañamiento y formación docente y familiar que maximicen el impacto de las apps y favorezcan un uso equitativo de la tecnología en contextos de riesgo (Harris & Petersen, 2017; UNESCO, 2023; Young et al., 2023).

Chapter 6. Conclusions

Overall, the results obtained make it possible to state that the thesis fulfils the general and specific objectives set out in Chapter 2: the app-based programme improves early mathematical competence, affects several domain-general cognitive predictors, confirms the close relationship between mathematical competence and these predictors, and is associated with better subsequent academic performance in mathematics among pupils initially at risk. This overall picture is consistent with the theoretical framework that presented early mathematical competence (EMC) as a complex and multidimensional system, in which specific numerical skills and domain-general resources converge and interact from very early ages (Aragón et al., 2021; Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Clements & Sarama, 2020; Dvoinin & Trotskaya, 2022; Geary, 2013).

With regard to specific mathematical competence (H1), the app-based programme generates significant and large improvements in the overall TEDI-MATH score and in all its subtests, as well as reducing the percentage of pupils located within the risk range for Mathematical Learning Difficulties (MLD). This reinforces the idea that EMC is sensitive to interventions targeting key predictors and that the skills assessed by instruments such as TEDI-MATH constitute relevant early markers for anticipating subsequent performance (Duncan et al., 2007; Grégoire et al., 2015; Licastro et al., 2025).

With regard to domain-general predictors (H2), the intervention produces clear improvements in visuospatial working-memory (VSWM), phonological awareness (PA), and verbal working-memory (VWM), whereas changes in processing speed (PS), shifting, and inhibition are more modest. This profile is consistent with the literature highlighting the central role of working-memory (WM) and phonological processing in early mathematical learning (Cirino et al., 2018; Coolen & Castronovo, 2023; Nguyen

et al., 2016; Simms et al., 2016). At the same time, it qualifies expectations regarding executive functions (EF), underlining that not all executive components show the same sensitivity to brief interventions (Friedman & Miyake, 2017; Miyake et al., 2000).

H3 highlights that EMC is articulated with a coherent set of cognitive skills. In the experimental group (EG), mathematical competence is consistently explained, both before and after the intervention, by PA and shifting, confirming the cross-cutting role of phonological processing and EF in numerical learning (Cirino et al., 2018; Friedman & Miyake, 2017; ten Braak et al., 2022). In the control group (CG), the transition from a model based on PA and inhibition to another in which VSWM acquires a central weight after ordinary schooling is aligned with the developmental trajectories described in the literature, according to which the relative importance of each cognitive resource changes with development and with the demands of mathematical tasks (Agostini et al., 2022; Geary, 2013; Simms et al., 2016).

Finally, H4 shows that changes in risk status after the intervention translate into real differences in future academic performance in mathematics: pupils in the EG who are no longer at risk at the end of the intervention show a clearly higher probability of passing mathematics the following year than those who remain at risk. This result is integrated within the risk and response-to-intervention approach, which indicates that early detection and structured interventions can substantially modify low-achievement trajectories (Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Duncan et al., 2007; Licastro et al., 2025; Morgan et al., 2009; Scerif et al., 2023).

This work supports the effectiveness of Psicomates-Kids 1 and 2, an app-based programme designed from an integrated theoretical perspective that combines domain-general and mathematics-specific predictors, sociocultural approaches, and 4E cognition, and which can translate into significant and educationally relevant

improvements in a sample of pupils at risk of experiencing future difficulties in mathematics.

Novel Contributions of the Thesis

Theoretical Contributions

First, this work offers an original integration of different theoretical frameworks on EMC. Neurocognitive models that describe the architecture of mathematical cognition are articulated with approaches that emphasise the role of domain-general predictors, together with sociocultural and 4E perspectives on learning (Dehaene, 1992; Barrett & Stout, 2024; Fajardo-Santamaría, 2022; Geary, 2013; Von Aster & Shalev, 2007; Vygotsky, 1978; Schilhab & Groth, 2024). This synthesis makes it possible to conceptualise EMC as a distributed system that is constructed through the interaction between the child, cultural tools, and the educational context.

Second, the empirical results provide specific evidence on the combined relevance of PA and EF in EMC, showing that PA and shifting explain a substantial part of the variance in mathematical competence in the EG, whereas inhibition and VSWM acquire different weights in the CG depending on the time of assessment (Cirino et al., 2018; Coolen & Castronovo, 2023; De Vita et al., 2021; Friedman & Miyake, 2017; Lee Swanson et al., 2021; Simms et al., 2016). This evidence reinforces the idea that EF are not a unitary block, but a set of related processes that may be linked to mathematics in partially differentiated ways (Wiebe et al., 2008; Cragg et al., 2017; Friedman & Miyake, 2017; ten Braak et al., 2022). It may also indicate the stability of the pattern in response to a structured intervention, as opposed to its instability as a result of natural and spontaneous learning.

Third, the study contributes to specifying the role of domain-general predictors in the context of risk. By working with pupils selected precisely because of their greater academic and cognitive vulnerability, the results show that improvement in components such as VWM, VSWM, and PA may have a particularly relevant impact on these children's mathematical trajectory (Agostini et al., 2022; Aragón et al., 2020; Nguyen et al., 2016).

Finally, the present research incorporates the 4E cognition approach, arguing that the apps do not merely function as task supports, but as external tools that reconfigure cognitive load, representational formats, and possibilities for action, in line with proposals that conceive technology as an extended cognitive resource (Carney, 2020; Fajardo-Santamaría, 2022; Rivera-Novoa & Duarte-Aria, 2025).

Methodological Contributions

At the methodological level, this doctoral thesis makes several novel contributions. First, it applies a quasi-experimental design with a control group, pre- and post-measures, and follow-up, focused on at-risk pupils identified through a standardised battery of mathematical competence such as TEDI-MATH. This approach is consistent with recommendations for the assessment of early interventions in real educational contexts, where random assignment is often difficult to implement (Clements & Sarama, 2020).

Second, an extensive and combined battery of instruments is used, assessing EMC and a broad set of domain-general predictors. This approach makes it possible to analyse the impact of the intervention not only on mathematical competence, but also on the underlying cognitive profile, something less frequent in intervention studies using educational apps (Agostini et al., 2022; Amland et al., 2021; Cirino et al., 2018).

Third, the analysis of Hypotheses 1 and 4 incorporates a percentile-based risk indicator and relates it to subsequent academic performance in mathematics (pass/fail), estimating the OR associated with being outside the risk range for MLD. This way of operationalising risk and linking it to specific academic outcomes helps to bring psychoeducational assessment closer to response-to-intervention models (Bernal-Ruiz & Cerda, 2024; Duncan et al., 2007; Licastro et al., 2025).

Finally, the thesis includes six new app-based tasks, which make up Psicomates-Kids 2 and complement previous programmes (Mera et al., 2022). These tasks are aligned with specific subcomponents of EMC and represent a concrete methodological contribution for future studies seeking to replicate or adapt the programme. Specifically, these tasks address PA (*Mon el Dragón y las Palabras*), counting and base-10 decomposition (*La seta del Duende Pedrito* and *Las recetas de Mamá Osa*), the phonological loop (*Descifra con el Conejito Lupito*), and shifting and inhibition (*Fly contra Spill* and *Sigue la flecha con el duende Pedrito*). Indeed, some of these new tasks can be associated with the largest changes produced after the intervention, such as counting, PA, and VWM. Making explicit the link between each task, the predictors addressed, and the TEDI-MATH items facilitates their use in other studies and contexts.

Applied and Educational Contributions

From an applied perspective, this thesis offers a structured and theoretically grounded digital intervention programme aimed at Early Childhood Education pupils who may be at risk of difficulties in mathematics. Unlike many commercial applications, the programme was designed to be integrated into classrooms and the home, with close coordination with teachers and an approach based on complementary support for ordinary teaching (Aunio et al., 2021; Clements & Sarama, 2020).

The results show that the programme notably improves EMC, reducing the percentage of pupils at risk; strengthens several key cognitive predictors; and is associated with a higher probability of passing mathematics the following year among pupils who move out of the risk range.

This body of evidence positions the programme as a potentially useful tool for schools, especially those with a high proportion of vulnerable pupils, and offers a concrete guide for the design of early digital interventions aligned with current research (Haßler et al., 2015; Mera-Cantillo et al., 2025; Outhwaite et al., 2023; Schacter & Jo, 2017).

In addition, this research provides implicit guidance for teacher training in the use of digital technologies for preventive purposes, underlining the importance of teacher mediation and the selection of tasks adjusted to each key predictor (OECD, 2023a, 2023b; UNESCO, 2023).

Limitations and Future Lines of Research

Limitations of the Study

First, the study is based on a quasi-experimental design without random assignment of participants to conditions, which limits the capacity to attribute the observed effects fully causally and exclusively to the intervention. Although the presence of a CG and the pre–post measures reduce the risk of internal validity threats, the influence of uncontrolled variables, such as pupils' extracurricular activities or the involvement of teachers at each school, cannot be completely ruled out.

Second, the sample comes from a limited number of schools and from a specific geographical context; moreover, the pupils selected for the EG presented greater academic and cognitive difficulties. This reinforces the relevance of the study for at-risk

contexts, but limits the generalisation of the results to other populations, such as pupils without difficulties or different sociocultural contexts (OECD, 2023a, 2023b). With regard to statistical power and the precision of the estimates, it is important to note that the available sample size, especially in some specific analyses, such as the OR for H4 or the regression models with several predictors, limits the capacity to detect small effects and increases the width of confidence intervals. This means that some non-significant results, particularly in the field of EF, should be interpreted with caution, as they may reflect a lack of power rather than the true absence of an effect. For this reason, the thesis has placed emphasis on the estimation of effect sizes rather than on the significant/non-significant dichotomy, understanding the findings as indications of patterns of relationship and change that should be tested and refined in future studies with larger samples and more powerful experimental designs.

From the perspective of the precision of the estimates, the available sample size allows proportions to be calculated with an approximate margin of error of ±10 percentage points at a 95% confidence level. In practical terms, this implies that the percentages observed in the sample, for example, the 92.5% of pupils who, after moving out of the risk range, passed mathematics in the following school year, should be interpreted as approximate intervals in the population. Even so, even considering this margin of error, the results point to large-magnitude effects, namely a very large majority who improved their situation and passed. Thus, the substantive conclusions of the study are maintained: the app-based programme is associated with a clear reduction in risk and with a high probability of subsequent academic success in mathematics.

Third, although the assessment battery is broad, EF are assessed using a limited number of tasks, for example, a classification task for shifting and a Go/No-Go task for inhibition, which capture only part of the complexity of these constructs. Previous

studies have emphasised the advisability of using multitask batteries to estimate executive components more reliably (Friedman & Miyake, 2017; Miyake et al., 2000).

Fourth, the follow-up of subsequent academic performance is based on the mathematics grade, pass/fail, in the EG, without an analogous measure being available for the CG or standardised mathematical achievement tests at follow-up. This limits the possibility of directly comparing the medium-term evolution of the EG and CG and of separating the effect of the intervention from the impact of other factors (Licastro et al., 2025; Morgan et al., 2009).

Finally, the study does not explore in detail implementation variables such as intervention fidelity, the adaptations made, teachers' attitudes, or the degree of family support, factors that the literature has identified as relevant to the effectiveness of interventions (Scalise et al., 2018).

Future Lines of Research

On the basis of these limitations, several lines of future research emerge.

First, the study should be replicated with larger and more heterogeneous samples, including schools from different sociocultural contexts, as well as pupils with different performance profiles, with the aim of analysing the generalisation of the effects and possible differences according to variables such as socio-economic level (Aragón et al., 2020; Nguyen et al., 2016).

Second, even more robust experimental designs should be used, with random assignment of classrooms or schools to intervention and control conditions, or stepped designs that allow the effectiveness of the programme to be evaluated in real contexts while maintaining ethical and organisational criteria (Clements & Sarama, 2020).

Third, additional follow-up measures should be incorporated, both for mathematical performance and for other academic areas, such as reading, and the follow-up period should be extended across several school years. This would make it possible to analyse whether the effects of the intervention are maintained, amplified, or reduced over time, and whether transfer benefits to other domains are observed (Duncan et al., 2007; Morgan et al., 2009).

Fourth, training through the apps targeting EF should be intensified, especially for inhibition and shifting, given their relevance in the architecture of mathematical thinking and the more modest results found in this work (ten Braak et al., 2022).

Fifth, the analysis of interaction processes with the apps should be deepened by taking advantage of usage logs, response patterns, or even techniques such as eye-tracking to better understand how pupils benefit from digital tools, what strategies they use, and how they evolve throughout the intervention (Haßler et al., 2015; Outhwaite et al., 2023).

Finally, the role of teachers and families in the implementation of the programme and in their contribution to learning should be explored by analysing how their beliefs about mathematics and technology, their training, and the support they provide influence the results. This would make it possible to design teacher and family support and training actions that maximise the impact of the apps and promote an equitable use of technology in at-risk contexts (Harris & Petersen, 2017; UNESCO, 2023; Young et al., 2023).

Referencias

Abrahamson, D., & Trninic, D. (2015). Bringing forth mathematical concepts: Signifying sensorimotor enactment in fields of promoted action. *ZDM Mathematics Education, 47*(2), 295–306. https://doi.org/10.1007/s11858-014-0620-0

Agostini, F., Zoccolotti, P., & Casagrande, M. (2022). Domain-General Cognitive Skills in Children with Mathematical Difficulties and Dyscalculia: A Systematic Review of the Literature. *Brain Sciences, 12*(2), 239. https://doi.org/10.3390/brainsci12020239

Akhavein, K., Clark, C. A. C., Nelson, J. M., Espy, K. A., & Finch, J. E. (2023). The longitudinal contributions of preschool executive functions and early math abilities to arithmetic skills in elementary school. *Cognitive Development, 68*, 101388. https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2023.101388

Aleotti, S., Massaccesi, S., & Priftis, K. (2022). The SNARC effect: a preregistered study on the interaction of horizontal, vertical, and sagittal spatial–numerical associations. *Psychological Research, 87*(4), 1256–1266. https://doi.org/10.1007/s00426-022-01721-8

Alibali, M. W., & Nathan, M. J. (2012). Embodiment in mathematics teaching and learning: Evidence from learners' and teachers' gestures. *Journal of the Learning Sciences, 21*(2), 247–286. https://doi.org/10.1080/10508406.2011.611446

Alibali, M. W., & Nathan, M. J. (2018). *Embodied cognition in learning and teaching*. En F. Fischer et al. (Eds.), *International Handbook of the Learning Sciences* (pp. 73–83). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315617572-8

Allen, K., & Giofrè, D. (2021). A distinction between working memory components as unique predictors of mathematical components in 7–8 year old children.

Educational Psychology, 41(6), 678–694. https://doi.org/10.1080/01443410.2020.1857702

Allen, A. A., Smith, R. A., Burns, M. K., & Lembke, E. S. (2024). Early academic and behavior skills as predictors of later mathematics achievement. *Psychology in the Schools, 61*(7), 3010–3025. Portico. https://doi.org/10.1002/pits.23205

Alreshidi, N. A. K. (2023). Enhancing topic-specific prior knowledge of students impacts their outcomes in mathematics. *Frontiers in Education, 8*. https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1050468

American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders* (5th ed.). American Psychiatric Publishing.

American Psychiatric Association. (2022). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders* (5th ed., text rev.). American Psychiatric Association. https://doi.org/10.1176/appi.books.9780890425787

Amland, T., Lervåg, A., & Melby-Lervåg, M. (2021). Comorbidity Between Math and Reading Problems: Is Phonological Processing a Mutual Factor? *Frontiers in Human Neuroscience, 14*. https://doi.org/10.3389/fnhum.2020.577304

Anastasiou, D., Wirngo, C. N., & Bagos, P. (2024). The effectiveness of concept maps on students' achievement in science: A meta-analysis. *Educational Psychology Review, 36*, Article 39. https://doi.org/10.1007/s10648-024-09877-y

Andersson, U. (2010). Skill development in different components of arithmetic and basic cognitive functions: Findings from a 3-year longitudinal study of children with different types of learning difficulties. *Journal of Educational Psychology, 102*(1), 115–134. https://doi.org/10.1037/a0016838

Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature Reviews Neuroscience, 9*(4), 278–291. https://doi.org/10.1038/nrn2334

Ansari, D., Dhital, B., & Siong, S. C. (2006). Parametric effects of numerical distance on the intraparietal sulcus during passive viewing of rapid numerosity changes. Brain Research, 1067(1), 181–188. https://doi.org/10.1016/j.brainres.2005.10.083

Aragón, E., Cerda, G., Aguilar, M., Mera, C., & Navarro, J. I. (2020). Modulation of general and specific cognitive precursors to early mathematical competencies in preschool children. *European Journal of Psychology of Education, 36*(2), 405–422. https://doi.org/10.1007/s10212-020-00483-4

Aragón, E., Navarro, J. I., Aguilar, M., & Cerda, G. (2014). Cognitive Predictors of 5-Year-Old Students' Early Number Sense // Predictores cognitivos del conocimiento numérico temprano en alumnado de 5 años. *Revista de Psicodidactica / Journal of Psychodidactics, 20*(1), 83–97. https://doi.org/10.1387/revpsicodidact.11088

Araújo, A., Aragón, E., Aguilar, M., Navarro, J. I., & Ruiz, G. (2015). Un estudio exploratorio para la adaptación de la versión española revisada del "Early Numeracy Test-R" para evaluar el aprendizaje matemático temprano. *European Journal of Education and Psychology*, *7*(2), 83–93. https://doi.org/10.30552/ejep.v7i2.107

Arce, T., & McMullen, K. (2021). The Corsi Block-Tapping Test: Evaluating methodological practices with an eye towards modern digital frameworks. *Computers in Human Behavior Reports, 4*, 100099. https://doi.org/10.1016/j.chbr.2021.100099

Arsalidou, M., Pascual-Leone, J., & Johnson, J. (2010). Misleading cues improve developmental assessment of working memory capacity: The color matching tasks. Cognitive Development, 25(3), 262–277. https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2010.07.001

Arsalidou, M., & Pascual-Leone, J. (2016). Constructivist developmental theory is needed in developmental neuroscience. *Science of Learning, 1*(1). https://doi.org/10.1038/npjscilearn.2016.16

Arsalidou, M., & Taylor, M. J. (2011). Is 2+2=4? Meta-analyses of brain areas needed for numbers and calculations. *NeuroImage, 54*(3), 2382–2393. https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2010.10.009

Aro, T., Özbek, A. B., & Torppa, M. (2023). Predicting adult-age mental health with childhood reading and math disability: Do resilience and coping styles matter? *Journal of Learning Disabilities*, *56*(3), 204–216. https://doi.org/10.1007/s11881-023-00290-8

Aulet, L. S., Kaicher, C. M., & Cantlon, J. F. (2025). Intersection of spatial and numerical cognition in the developing brain. *Cerebral Cortex, 35*(6). https://doi.org/10.1093/cercor/bhaf126

Aunio, P., Korhonen, J., Ragpot, L., Törmänen, M., & Henning, E. (2021). An early numeracy intervention for first-graders at risk for mathematical learning difficulties. *Early Childhood Research Quarterly, 55*, 252–262. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.12.002

Ausubel, D. P. (1963). *The psychology of meaningful verbal learning*. Grune & Stratton.

Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa: Un punto de vista cognoscitivo* (2.ª ed.). Trillas.

Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences, 4*(11), 417–423. https://doi.org/10.1016/s1364-6613(00)01538-2

Baddeley, A. (2012). Working Memory: Theories, Models, and Controversies. *Annual Review of Psychology, 63*(1), 1–29. https://doi.org/10.1146/annurev-psych-120710-100422

Baddeley, A. D., & Hitch, G. (1974). Working Memory. *Psychology of Learning and Motivation*, 47–89. https://doi.org/10.1016/s0079-7421(08)60452-1

Baddeley, A. D., Thomson, N., & Buchanan, M. (2017). Word length and the structure of short-term memory. *Exploring Working Memory*, 109–129. https://doi.org/10.4324/9781315111261-11

Baggetta, P., & Alexander, P. A. (2016). Conceptualization and Operationalization of Executive Function. *Mind, Brain, and Education, 10*(1), 10–33. Portico. https://doi.org/10.1111/mbe.12100

Baillargeon, R. (1987). Object permanence in 3½- and 4½-month-old infants. *Developmental Psychology, 23*(5), 655–664. https://doi.org/10.1037/0012-1649.23.5.655

Baillargeon, R., & DeVos, J. (1991). Object Permanence in Young Infants: Further Evidence. *Child Development, 62*(6), 1227. https://doi.org/10.2307/1130803

Baillargeon, R., Spelke, E. S., & Wasserman, S. (1985). Object permanence in five-month-old infants. *Cognition, 20*(3), 191–208. https://doi.org/10.1016/0010-0277(85)90008-3

Bakar, K. A., Mohamed, S., Yunus, F., & Karim, A. A. (2020). Use of Multiple Representations in Understanding Addition: The Case of Pre-school Children.

International Journal of Learning, Teaching and Educational Research, 19(2), 292–304. https://doi.org/10.26803/ijlter.19.2.18

Balıkcı, Ö. S., & Melekoğlu, M. A. (2020). Early signs of specific learning disabilities in early childhood. *International Journal of Early Childhood Special Education, 12*(1), 84–95. https://doi.org/10.20489/intjecse.722383

Ban Har, Y. (2016). *Dimensions of Singapore mathematics*. Marshall Cavendish Education.

Baroody, A. J. (1987). *Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers*. Teachers College Press.

Baroody, A. J.; Lai, M.; Mix, K. S. (2006). *The development of young children's early number and operation sense and its implications for early childhood education.* En B. Spodek & O. N. Saracho (Eds.), *Handbook of research on the education of young children* (2.ª ed., pp. 187–221). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Baroody, A. J., Mix, K. S., Kartal, G., & Lai, M. (2023). The development and assessment of early cardinal-number concepts. *Journal of Numerical Cognition, 9*(1), 182–195. https://doi.org/10.5964/jnc.10035

Barrett, L., & Stout, D. (2024). Minds in movement: embodied cognition in the age of artificial intelligence. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences, 379*(1911). https://doi.org/10.1098/rstb.2023.0144

Barroso, C., Ganley, C. M., McGraw, A. L., Geer, E. A., Hart, S. A., & Daucourt, M. C. (2021). A meta-analysis of the relation between math anxiety and math achievement. *Psychological Bulletin, 147*(2), 134–168. https://doi.org/10.1037/bul0000307

Barrouillet, P., Bernardin, S., Portrat, S., Vergauwe, E., & Camos, V. (2007). Time and cognitive load in working memory. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition, 33*(3), 570–585. https://doi.org/10.1037/0278-7393.33.3.570

Barth, H., Beckmann, L., & Spelke, E. S. (2008). Nonsymbolic, approximate arithmetic in children: Abstract addition prior to instruction. *Developmental Psychology, 44*(5), 1466–1477. https://doi.org/10.1037/a0013046

Barth, H., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2003). The construction of large number representations in adults. *Cognition, 86*(3), 201–221. https://doi.org/10.1016/s0010-0277(02)00178-6

Baucal, A., Jošić, S., Stepanović Ilić, I., Videnović, M., Ivanović, J., & Krstić, K. (2023). What makes peer collaborative problem solving productive or unproductive: A qualitative systematic review. *Educational Research Review, 41*, 100567. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2023.100567

Beilock, S. L., Gunderson, E. A., Ramirez, G., & Levine, S. C. (2010). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 107*(5), 1860–1863. https://doi.org/10.1073/pnas.0910967107

Benavides-Varela, S., Zandonella Callegher, C., Fagiolini, B., Leo, I., Altoè, G., & Lucangeli, D. (2020). Effectiveness of digital-based interventions for children with mathematical learning difficulties: A meta-analysis. *Computers & Education, 157*, 103953. https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103953

Bernal-Ruiz, F., Aguad, A., Sagredo, M., Rojel, G., Riquelme, N., & Parra, F. (2023). Capacidad predictiva de la memoria de trabajo e inhibición en las competencias

matemáticas tempranas. *Propósitos Y Representaciones, 11*(2). https://doi.org/10.20511/pyr2023.v11n2.1791

Bernal-Ruiz, F., & Cerda, G. (2024). El efecto de las funciones ejecutivas sobre la competencia matemática temprana: un modelo de ecuaciones estructurales. *Educación XX1, 27*(1), 281–301. https://doi.org/10.5944/educxx1.36509

Blair, C., & Razza, R. P. (2007). Relating Effortful Control, Executive Function, and False Belief Understanding to Emerging Math and Literacy Ability in Kindergarten. *Child Development, 78*(2), 647–663. Portico. https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01019.x

Bonifacci, P., Compiani, D., Affranti, A., & Peri, B. (2021). Home Literacy and Numeracy Interact and Mediate the Relationship Between Socio-Economic Status and Early Linguistic and Numeracy Skills in Preschoolers. *Frontiers in Psychology, 12*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.662265

Broda, M. D., Ross, E., Sorhagen, N., & Ekholm, E. (2023). Exploring control-value motivational profiles of mathematics anxiety, self-concept, and interest in adolescents. *Frontiers in Psychology,* 14. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1140924

Bruner, J. S. (1960). *The process of education*. Harvard University Press.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Harvard University Press.

Bruner, J. S. (1977). *The process of education*. Harvard University Press.

Bruner, J. S. (1983). *Child's Talk: Learning to Use Language*. W. W. Norton.

Bryce, T. G. K., & Blown, E. J. (2024). Ausubel's meaningful learning re-visited. *Current Psychology, 43*, 4579–4598. https://doi.org/10.1007/s12144-023-04440-4

Bugden, S., Price, G. R., McLean, D. A., & Ansari, D. (2012). The role of the left intraparietal sulcus in the relationship between symbolic number processing and children's arithmetic competence. Developmental Cognitive Neuroscience, 2(4), 448–457. https://doi.org/10.1016/j.dcn.2012.04.001

Bulut, M., Roth, L., Bahreini, N., Cipora, K., Reips, U. D., & Nuerk, H.-C. (2024). One direction? Cultural aspects of the mental number line beyond reading direction. *Psychological Research, 89*(1). https://doi.org/10.1007/s00426-024-02038-4

Burkhardt, H. (2008). U. D'Ambrosio (2006). Ethnomathematics: Link between traditions and modernity (A. Kepple, Trans.). *ZDM, 40*(6), 1033–1034. https://doi.org/10.1007/s11858-008-0163-3

Burns, S., Yu, E., Brathwaite, L., Masum, M., White, L., Dhuey, E., & Perlman, M. (2024). Improving young children's peer collaboration in early educational settings: A systematic review. *Review of Education, 12*(2), e3484. https://doi.org/10.1002/rev3.3484

Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: From brain to education. *Science, 332*(6033), 1049–1053. https://doi.org/10.1126/science.1201536

Byrge, L., Smith, L. B., & Mix, K. S. (2013). Beginnings of Place Value: How Preschoolers Write Three-Digit Numbers. *Child Development, 85*(2), 437–443. Portico. https://doi.org/10.1111/cdev.12162

Byrne, E. M., Jensen, H., Thomsen, B. S., & Ramchandani, P. G. (2023). Educational interventions involving physical manipulatives for improving children's learning and development: A scoping review. Review of Education, 11(2). Portico. https://doi.org/10.1002/rev3.3400

Caemmerer, J. M., Maddocks, D. L. S., Keith, T. Z., & Reynolds, M. R. (2018). Effects of cognitive abilities on child and youth academic achievement: Evidence from the WISC-V and WIAT-III. *Intelligence, 68*, 6–20. https://doi.org/10.1016/j.intell.2018.02.005

Caemmerer, J. M., Reynolds, M. R., & Keith, T. Z. (2023). Beyond individual tests: Youth's cognitive abilities on their math and writing skills. *Learning and Individual Differences, 102*, 102271. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2023.102271

Cai, Y., Hofstetter, S., van Dijk, J., Zuiderbaan, W., van der Zwaag, W., Harvey, B. M., & Dumoulin, S. O. (2021). Topographic numerosity maps cover subitizing and estimation ranges. *Nature Communications, 12*(1). https://doi.org/10.1038/s41467-021-23785-7

Carey, E., Devine, A., Hill, F., & Szűcs, D. (2017). Differentiating anxiety forms and their role in academic performance from primary to secondary school. *PLOS ONE, 12*(3), e0174418. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0174418

Carney, J. (2020). Thinking avant la lettre: A Review of 4E Cognition. *Evolutionary Studies in Imaginative Culture, 4*(1), 77–90. https://doi.org/10.26613/esic.4.1.172

Carriedo, N., Rodríguez-Villagra, O. A., Pérez, L., & Iglesias-Sarmiento, V. (2024). Executive functioning profiles and mathematical and reading achievement in Grades 2, 6, and 10. *Journal of School Psychology, 106*, 101353. https://doi.org/10.1016/j.jsp.2024.101353

Cary, M. S., Kennedy, P. C., Shanley, L., & Clarke, B. (2020). Learning Gains From the KinderTEK® iPad Math Program: Does Timing of a Preventative Intervention

Matter? *Journal of Special Education Technology, 36*(4), 321–335. https://doi.org/10.1177/0162643420928336

Castro-Alonso, J. C., Ayres, P., Zhang, S., de Koning, B. B., & Paas, F. (2024). Research Avenues Supporting Embodied Cognition in Learning and Instruction. Educational Psychology Review, 36(1). https://doi.org/10.1007/s10648-024-09847-4

Chan, J. Y.-C., & Mazzocco, M. M. M. (2024). New measures of number line estimation performance reveal children's ordinal understanding of numbers. *Journal of Experimental Child Psychology, 245*, 105965. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2024.105965

Chang, H., Chen, L., Zhang, Y., Xie, Y., de Los Angeles, C., Adair, E., Zanitti, G., Wassermann, D., Rosenberg-Lee, M., & Menon, V. (2022). Foundational Number Sense Training Gains Are Predicted by Hippocampal–Parietal Circuits. *The Journal of Neuroscience, 42*(19), 4000–4015. https://doi.org/10.1523/jneurosci.1005-21.2022

Cheng, D., Shi, K., Wang, N., Miao, X., & Zhou, X. (2021). Examining the Differential Role of General and Specific Processing Speed in Predicting Mathematical Achievement in Junior High School. *Journal of Intelligence, 10*(1), 1. https://doi.org/10.3390/jintelligence10010001

Christophel, T. B., Klink, P. C., Spitzer, B., Roelfsema, P. R., & Haynes, J.-D. (2017). The Distributed Nature of Working Memory. *Trends in Cognitive Sciences, 21*(2), 111–124. https://doi.org/10.1016/j.tics.2016.12.007

Çibukçiu, B. (2025). The impact of constructivist methods on students' mathematical problem-solving. *Discover Education, 4*(1). https://doi.org/10.1007/s44217-025-00475-w

Cirino, P. T., Child, A. E., & Macdonald, K. T. (2018). Longitudinal predictors of the overlap between reading and math skills. *Contemporary Educational Psychology, 54*, 99–111. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2018.06.002

Clark, A. (2025). Extending minds with generative AI. *Nature Communications*. https://doi.org/10.1038/s41467-025-59906-9

Clark, A., & Chalmers, D. (1998). The extended mind. *Analysis, 58*(1), 7–19. https://doi.org/10.1111/1467-8284.00096

Clark, J. M., & Paivio, A. (1991). *Dual coding theory and education*. Educational Psychology Review, 3(3), 149–210. https://doi.org/10.1007/BF01320076

Clark, C. A. C., Pritchard, V. E., & Woodward, L. J. (2010). Preschool executive functioning abilities predict early mathematics achievement. *Developmental Psychology, 46*(5), 1176–1191. https://doi.org/10.1037/a0019672

Clements, D. H., Lizcano, R., & Sarama, J. (2023). Research and Pedagogies for Early Math. *Education Sciences, 13*(8), 839. https://doi.org/10.3390/educsci13080839

Clements, D. H., & Sarama, J. (2008). Experimental Evaluation of the Effects of a Research-Based Preschool Mathematics Curriculum. *American Educational Research Journal, 45*(2), 443–494. https://doi.org/10.3102/0002831207312908

Clements, D. H., & Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. *Science, 333*(6045), 968–970. https://doi.org/10.1126/science.1204537

Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach* (3rd ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003083528

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Coolen, I. E. J. I., & Castronovo, J. (2023). How Memory Counts in Mathematical Development. *Journal of Cognition*, *6*(1). https://doi.org/10.5334/joc.248

Coolen, I. E. J. I., Riggs, K. J., Bugler, M., & Castronovo, J. (2022). The approximate number system and mathematics achievement: it's complicated. A thorough investigation of different ANS measures and executive functions in mathematics achievement in children. *Journal of Cognitive Psychology*, *34*(6), 796–818. https://doi.org/10.1080/20445911.2022.2044338

Cordero, J. M., Sicilia, G., & Simancas, R. (2024). Educational efficiency across Spanish regions: a comparative analysis over time. *International Transactions in Operational Research, 32*(5), 2645–2676. Portico. https://doi.org/10.1111/itor.13567

Cosso, J., Ellis, A., O'Rear, C. D., Zippert, E. L., Schmitt, S. A., & Purpura, D. J. (2022). Conceptualizing the factor structure of parents' math anxiety and associations with children's mathematics skills. *Annals of the New York Academy of Sciences, 1511*(1), 119–132. https://doi.org/10.1111/nyas.14736

Cowan, N. (2016). The many faces of working memory and short-term storage. *Psychonomic Bulletin & Review*, *24*(4), 1158–1170. https://doi.org/10.3758/s13423-016-1191-6

Cowan N. (2022). Working memory development: A 50-year assessment of research and underlying theories. *Cognition*, *224*, 105075. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2022.105075

Cragg, L., Richardson, S., Hubber, P. J., Keeble, S., & Gilmore, C. (2017). When is working memory important for arithmetic? The impact of strategy and age. *PLOS ONE, 12*(12), e0188693. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0188693

Daneman, M., & Carpenter, P. A. (1980). Individual differences in working memory and reading. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, *19*(4), 450–466. https://doi.org/10.1016/s0022-5371(80)90312-6

Daniels, H. (2016). *Vygotsky and Pedagogy*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315617602

Dasen, P. R. (2022). Culture and Cognitive Development. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, *53*(7-8), 789-816. https://doi.org/10.1177/00220221221092409

Daucourt, M. C., Napoli, A. R., Quinn, J. M., Wood, S. G., & Hart, S. A. (2021). The home math environment and math achievement: A meta-analysis. *Psychological Bulletin, 147*(6), 565–596. https://doi.org/10.1037/bul0000330

Davis-Kean, P. E., Domina, T., Kuhfeld, M., Ellis, A., & Gershoff, E. T. (2021). It matters how you start: Early numeracy mastery predicts high school math course-taking and college attendance. *Infant and Child Development, 31*(2). Portico. https://doi.org/10.1002/icd.2281

de Chambrier, A.-F., Baye, A., Tinnes-Vigne, M., Tazouti, Y., Vlassis, J., Poncelet, D., Giauque, N., Fagnant, A., Luxembourger, C., Auquière, A., Kerger, S., & Dierendonck, C. (2021). Enhancing children's numerical skills through a play-based intervention at kindergarten and at home: a quasi-experimental study. *Early Childhood Research Quarterly, 54*, 164–178. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.09.003

De Smedt, B., Janssen, R., Bouwens, K., Verschaffel, L., Boets, B., & Ghesquière, P. (2009). Working memory and individual differences in mathematics achievement: A longitudinal study from first grade to second grade. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*(2), 186–201. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.01.004

De Smedt, B., Noël, M.-P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education, 2*(2), 48–55. https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.001

De Vita, C., Costa, H. M., Tomasetto, C., & Passolunghi, M. C. (2021). The contributions of working memory domains and processes to early mathematical knowledge between preschool and first grade. *Psychological Research, 86*(2), 497–511. https://doi.org/10.1007/s00426-021-01496-4

Decarli, C., De Smedt, B., Sella, F., & Bugden, S. (2023). *Neural heterogeneity in developmental dyscalculia: A systematic review and future directions*. bioRxiv. https://doi.org/10.1101/2023.09.12.557321

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition, 44*(1–2), 1–42. https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90049-n

Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics* (Rev. and updated ed.). Oxford University Press.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition, 1*(1), 83–120.

Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General, 122*(3), 371–396. https://doi.org/10.1037/0096-3445.122.3.371

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, *20*(3-6), 487–506. https://doi.org/10.1080/02643290244000239

Demetriou, A., Spanoudis, G., Greiff, S., Makris, N., Panaoura, R., & Kazi, S. (2022). *Changing priorities in the development of cognitive competence and school learning: A general theory.* Frontiers in Psychology, 13, 954971. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.954971

DePascale, M., & Ramani, G. B. (2025). The role of math games for children's early math learning: A systematic review. *Journal of Numerical Cognition, 11*. https://doi.org/10.5964/jnc.14897

Díez-Palomar, J., Ramis-Salas, M., Močnik, I., Simonič, M., & Hoogland, K. (2023). Challenges for numeracy awareness in the 21st century: making visible the invisible. *Frontiers in Education, 8*. https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1295781

DiStefano, M., Retanal, F., & Bureau, R. (2023). Relations between math achievement, math anxiety, and the quality of parent–child interactions while solving math problems. *Education Sciences*, 13(3), Article 307. https://doi.org/10.3390/educsci13030307

Dowker, A. (2024). Developmental dyscalculia in relation to individual differences in mathematical abilities. *Children, 11*(6), 623. https://doi.org/10.3390/children11060623

Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43*(6), 1428–1446. https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428

Dvoinin, A. M., & Trotskaya, E. S. (2022). Cognitive Predictors of Academic Success: How Do the General Patterns Work in the Early Stages of Education? *Психологическая Наука и Образование*, *27*(2), 42–52. https://doi.org/10.17759/pse.2022270204

Elfeky, A. I. M., Najmi, A. H., & Elbyaly, M. Y. H. (2024). The impact of advance organizers in virtual classrooms on the development of integrated science process skills. *PeerJ Computer Science, 10*, e1989. https://doi.org/10.7717/peerj-cs.1989

Elliott, L., Votruba-Drzal, E., Miller, P., Libertus, M. E., & Bachman, H. J. (2023). Unpacking the home numeracy environment: Examining dimensions of number activities in early childhood. Early Childhood Research Quarterly, 62, 129–138. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2022.08.002

Eriksson, J., Vogel, E. K., Lansner, A., Bergström, F., & Nyberg, L. (2015). Neurocognitive Architecture of Working Memory. *Neuron*, *88*(1), 33–46. https://doi.org/10.1016/j.neuron.2015.09.020

Espy, K. A., McDiarmid, M. M., Cwik, M. F., Stalets, M. M., Hamby, A., & Senn, T. E. (2018). The Contribution of Executive Functions to Emergent Mathematic Skills in Preschool Children. *SPECIAL ISSUE: Using Developmental, Cognitive, and Neuroscience Approaches to Understand Executive Control in Young Children*, 465–486. https://doi.org/10.4324/9780203764428-6

Fajardo-Santamaría, J. A. (2022). La cognición 4E para el aprendizaje matemático post-pandemia: Una revisión sistemática. *Revista Latinoamericana de Ciencias Sociales, Niñez y Juventud, 20*(3), 1–25. https://doi.org/10.11600/rlcsnj.20.3.5328

Fanari, R., Meloni, C., & Massidda, D. (2019). Visual and Spatial Working Memory Abilities Predict Early Math Skills: A Longitudinal Study. *Frontiers in Psychology, 10*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.02460

Fandakova, Y., & Hartley, C. A. (2020). Mechanisms of learning and plasticity in childhood and adolescence. *Developmental Cognitive Neuroscience, 42*, 100764. https://doi.org/10.1016/j.dcn.2020.100764

Favela, L. H., Amon, M. J., Lobo, L., & Chemero, A. (2021). Empirical Evidence for Extended Cognitive Systems. *Cognitive Science, 45*(11). Portico. https://doi.org/10.1111/cogs.13060

Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences, 8*(7), 307–314. https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002

Feldman, R. (2007). Modelo del desarrollo cognoscitivo de Piaget. *Desarrollo Psicológico*, 158-167. México: Pearson.

Fernández-Abella, R., Peralbo-Uzquiano, M., Durán-Bouza, M., Brenlla-Blanco, J. C., & García-Fernández, M. (2019). Virtual Intervention Programme to Improve the Working Memory and Basic Mathematical Skills in Early Childhood Education. *Revista de Psicodidáctica (English Ed.), 24*(1), 17–23. https://doi.org/10.1016/j.psicoe.2018.09.003

Fernyhough, C., & Borghi, A. M. (2023). Inner speech as language process and cognitive tool. *Trends in Cognitive Sciences, 27*(12), 1180–1193. https://doi.org/10.1016/j.tics.2023.08.014

Fischer, M. H., & Brugger, P. (2011). When digits help digits: Spatial-numerical associations point to finger counting as prime example of embodied cognition. *Frontiers in Psychology, 2*, 260. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2011.00260

Flanagan, D. P., & Dixon, S. G. (2014). *The Cattell-Horn-Carroll Theory of Cognitive Abilities. Encyclopedia of Special Education*. Portico. https://doi.org/10.1002/9781118660584.ese0431

Fried, M. N. (2021). Radford's theory of objectification: a cultural-historical theory of learning, knowing, and becoming: The theory of objectification: a Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning, by Luis Radford, Brill/Sense (Volume 4 in Semiotic Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematics.), Leiden, The Netherlands, 2021, xvi+259 pp., $73.00, ISBN 978-90-04-45964-9 (Paperback). *Mathematical Thinking and Learning*, *25*(4), 481–486. https://doi.org/10.1080/10986065.2021.1984070

Friedman, N. P., & Miyake, A. (2017). Unity and diversity of executive functions: Individual differences as a window on cognitive structure. *Cortex, 86,* 186–204. https://doi.org/10.1016/j.cortex.2016.04.023

Friso-van den Bos, I., Kroesbergen, E. H., Van Luit, J. E. H., Xenidou-Dervou, I., Jonkman, L. M., Van der Schoot, M., & Van Lieshout, E. C. D. M. (2015). Longitudinal development of number line estimation and mathematics performance in primary school children. *Journal of Experimental Child Psychology, 134*, 12–29. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.02.002

Friso-van den Bos, I., van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. H. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational Research Review, 10,* 29–44. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2013.05.003

Frolli, A., Cerciello, F., Esposito, C., Ricci, M. C., Laccone, R. P., & Bisogni, F. (2023). Universal Design for Learning for Children with ADHD. *Children*, *10*(8), 1350. https://doi.org/10.3390/children10081350

Formoso, J., Jacubovich, S., Injoque-Ricle, I., & Barreyro, J. P. (2018). Resolution of arithmetic problems, processing speed and working memory in children. *Trends in Psychology/Temas em Psicologia, 26*(3), 1249–1266.

Fourneret, P., & Da Fonseca, D. (2019). *Niños con dificultades de aprendizaje*. Elsevier.

Fu, S. H., & Tiong, L. L. (2025). Enhancing Single-Digit Addition Skills in Remedial Pupils using Laurnal's Frame: A Case Study. *Southeast Asia Early Childhood Journal*, *14*(2), 111-121. https://doi.org/10.37134/saecj.vol14.2.10.2025

Fuhs, M. W., Nesbitt, K. T., Farran, D. C., & Dong, N. (2014). Longitudinal associations between executive functioning and academic skills across content areas. *Developmental Psychology, 50*(6), 1698–1709. https://doi.org/10.1037/a0036633

Fuson, K. C. (1992). *Research on whole number addition and subtraction*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 243–275). Macmillan.

Gathercole, S. E., Pickering, S. J., Ambridge, B., & Wearing, H. (2004). The Structure of Working Memory From 4 to 15 Years of Age. *Developmental Psychology, 40*(2), 177–190. https://doi.org/10.1037/0012-1649.40.2.177

Gallagher, S. (2017). *Enactivist Interventions*. Oxford Scholarship Online. https://doi.org/10.1093/oso/9780198794325.001.0001

Geary, D. C. (2004). Mathematics and Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 37*(1), 4–15. https://doi.org/10.1177/00222194040370010201

Geary, D. C. (2010). *Mathematical disabilities: A contemporary perspective. Handbook of Mathematical Cognition*, 199-212. Psychology Press. https://doi.org/10.4324/9780203874109

Geary, D. C. (2011). Consequences, characteristics, and causes of mathematical learning disabilities and persistent low achievement in mathematics. *Journal of Developmental and Behavioral Pediatrics, 32*(3), 250–263. https://doi.org/10.1097/DBP.0b013e318209edef

Geary, D. C. (2013). Early Foundations for Mathematics Learning and Their Relations to Learning Disabilities. *Current Directions in Psychological Science, 22*(1), 23–27. https://doi.org/10.1177/0963721412469398

Geary, D. C., vanMarle, K., Chu, F. W., Rouder, J., Hoard, M. K., & Nugent, L. (2018). Early Conceptual Understanding of Cardinality Predicts Superior School-Entry Number-System Knowledge. *Psychological science, 29*(2), 191–205. https://doi.org/10.1177/0956797617729817

Geary, D. C., vanMarle, K., Chu, F. W., Hoard, M. K., & Nugent, L. (2019). Predicting age of becoming a cardinal principle knower. *Journal of Educational Psychology, 111*(2), 256–267. https://doi.org/10.1037/edu0000277

Gebuis, T., & Reynvoet, B. (2012). Continuous visual properties explain neural responses to nonsymbolic number. *Psychophysiology, 49*(11), 1649–1659. Portico. https://doi.org/10.1111/j.1469-8986.2012.01461.x

Gebuis, T., & Reynvoet, B. (2012). The interplay between nonsymbolic number and its continuous visual properties. *Journal of Experimental Psychology: General, 141*(4), 642–648. https://doi.org/10.1037/a0026218

Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.

Georgiou, G. K., Inoue, T., & Parrila, R. (2021). Do Reading and Arithmetic Fluency Share the Same Cognitive Base? *Frontiers in Psychology, 12.* https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.709448

Gerst, E. H., Cirino, P. T., Macdonald, K. T., Miciak, J., Yoshida, H., Woods, S. P., & Gibbs, M. C. (2021). The Structure of Processing Speed in Children and its Impact on Reading. *Journal of cognition and development: official journal of the*

Cognitive Development Society, *22*(1), 84–107. https://doi.org/10.1080/15248372.2020.1862121

Gesuelli, K.-A., Miller-Cotto, D., & Barbieri, C. A. (2025). Variability in math achievement growth among students with early math learning difficulties and the role of school supports. *Journal of Educational Psychology*. https://doi.org/10.1037/edu0000928

Gilbert, S. J., Boldt, A., Sachdeva, C., Scarampi, C., & Tsai, P.-C. (2022). Outsourcing Memory to External Tools: A Review of 'Intention Offloading.' *Psychonomic Bulletin & Review, 30*(1), 60–76. https://doi.org/10.3758/s13423-022-02139-4

Gilligan-Lee, K. A., Hawes, Z. C. K., Williams, A. Y., Farran, E. K., & Mix, K. S. (2023). Hands-On: Investigating the role of physical manipulatives in spatial training. *Child Development, 94*(5), 1205–1221. Portico. https://doi.org/10.1111/cdev.13963

Gilmore, C., Attridge, N., Clayton, S., Cragg, L., Johnson, S., Marlow, N., Simms, V., & Inglis, M. (2013). Individual Differences in Inhibitory Control, Not Non-Verbal Number Acuity, Correlate with Mathematics Achievement. *PLoS ONE*, *8*(6), e67374. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0067374

Gilmore, C., Keeble, S., Richardson, S., & Cragg, L. (2017). The interaction of procedural skill, conceptual understanding and working memory in early mathematics achievement. *Journal of Numerical Cognition*, *3*(2), 400–416. https://doi.org/10.5964/jnc.v3i2.51

Gilmore, C. K., McCarthy, S. E., & Spelke, E. S. (2010). Non-symbolic arithmetic abilities and mathematics achievement in the first year of formal schooling. *Cognition*, *115*(3), 394–406. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2010.02.002

Gilmore, C. K., & Spelke, E. S. (2008). Children's understanding of the relationship between addition and subtraction. *Cognition, 107*(3), 932–945. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2007.12.007

Giofrè, D., Donolato, E., & Mammarella, I. C. (2018). The differential role of verbal and visuospatial working memory in mathematics and reading. Trends in *Neuroscience and Education, 12*, 1–6. https://doi.org/10.1016/j.tine.2018.07.001

Göbel, S. M., & Snowling, M. J. (2010). Number-Processing Skills in Adults with Dyslexia. *Quarterly Journal of Experimental Psychology, 63*(7), 1361–1373. https://doi.org/10.1080/17470210903359206

Goffney, I., Gutiérrez, R., & Boston, M. (Eds.) (2018). *Rehumanizing Mathematics for Black, Indigenous, and Latinx Students.* Annual Perspectives in Mathematics Education, Vol. 2018. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Goldhammer, F., Kroehne, U., Hahnel, C., Naumann, J., & De Boeck, P. (2024). Does Timed Testing Affect the Interpretation of Efficiency Scores?—A GLMM Analysis of Reading Components. *Journal of Educational Measurement, 61*(3), 349–377. Portico. https://doi.org/10.1111/jedm.12393

Goldin-Meadow, S. (2011). Learning through gesture. *WIREs Cognitive Science*, 2, 595–607. https://doi.org/10.1002/wcs.132

Gombo, M. (2024). Application of Jerome Bruner's Learning Theory in Learning Mathematics in Elementary School. *International Journal of Sustainable Social Science (IJSSS), 2*(5), 335–342. https://doi.org/10.59890/ijsss.v2i5.2631

Grabner, R. H., Ansari, D., Reishofer, G., Stern, E., Ebner, F., & Neuper, C. (2007). Individual differences in mathematical competence predict parietal brain activation during mental calculation. *NeuroImage, 38*(2), 346–356. https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2007.07.041

Green, C. T., Bunge, S. A., Briones Chiongbian, V., Barrow, M., & Ferrer, E. (2017). Fluid reasoning predicts future mathematical performance among children and adolescents. *Journal of Experimental Child Psychology, 157,* 125–143. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2016.12.005

Grégoire, J., Noël, M. P., & van Nieuwenhoven, C. (2015). *Test para el Diagnóstico de las Competencias en Matemáticas. TEDI-MATH* (2nd ed.). TEA.

Grossen, M., Zittoun, T., & Baucal, A. (2021). *Learning and developing over the life-course: A sociocultural approach*. Learning, Culture and Social Interaction, 37, Article 100478. https://doi.org/10.1016/j.lcsi.2020.100478

Guillaume, M., & Van Rinsveld, A. (2018). Comparing Numerical Comparison Tasks: A Meta-Analysis of the Variability of the Weber Fraction Relative to the Generation Algorithm. *Frontiers in Psychology, 9*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01694

Gula, T., & Lovric, M. (2024). Numeracy Tasks: Inspiring Transfer Between Concrete and Abstract Thinking Spaces. *Numeracy, 17*(1). https://doi.org/10.5038/1936-4660.17.1.1447

Guo, X., & Dobkins, K. (2023). Private speech improves cognitive performance in young adults. *Consciousness and Cognition, 113*, 103534. https://doi.org/10.1016/j.concog.2023.103534

Guo, J., & Wei, W. (2024). Factors influencing the role of inhibitory control in non-symbolic numerical processing. *Acta Psychologica, 248,* 104346. https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2024.104346

Gurganus, S. P. (2022). *Math instruction for students with learning difficulties* (3rd ed.). Routledge.

Guzmán, B., Rodríguez, C., & Ferreira, R. A. (2021). Longitudinal performance in basic numerical skills mediates the relationship between socio-economic status and mathematics anxiety: Evidence from Chile. *Frontiers in Psychology, 11*, Article 611395. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.611395

Haberstroh, S., & Schulte-Körne, G. (2019). *The Diagnosis and Treatment of Dyscalculia*. Deutsches Ärzteblatt International. https://doi.org/10.3238/arztebl.2019.0107

Haberstroh, S., & Schulte-Körne, G. (2022). The Cognitive Profile of Math Difficulties: A Meta-Analysis Based on Clinical Criteria. *Frontiers in Psychology, 13*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.842391

Haßler, B., Major, L., & Hennessy, S. (2015). Tablet use in schools: a critical review of the evidence for learning outcomes. *Journal of Computer Assisted Learning, 32*(2), 139–156. Portico. https://doi.org/10.1111/jcal.12123

Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "number sense": The approximate number system in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology, 44*(5), 1457–1465. https://doi.org/10.1037/a0012682

Halberda, J., Mazzocco, M. M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature, 455*(7213), 665–668. https://doi.org/10.1038/nature07246

Halmo, S. M., Sensibaugh, C. A., Reinhart, P., Stogniy, O., Fiorella, L., & Lemons, P. P. (2020). Advancing the Guidance Debate: Lessons from Educational Psychology and Implications for Biochemistry Learning. *CBE—Life Sciences Education, 19*(3), ar41. https://doi.org/10.1187/cbe.19-11-0260

Hammond, J., & Gibbons, P. (2005). Putting scaffolding to work: The contribution of scaffolding in articulating ESL education. *Prospect, 20*(1), 6–30.

Hanfstingl, B., Arzenšek, A., Apschner, J., & Gölly, K. I. (2022). Assimilation and Accommodation. *European Psychologist, 27*(4), 320–337. https://doi.org/10.1027/1016-9040/a000463

Harden, R. M. (1999). *What is a spiral curriculum?*. Medical Teacher, 21(2), 141–143. https://doi.org/10.1080/01421599979752

Harris, B., & Petersen, D. (2017). Developing Math Skills in Early Childhood. Issue Brief. *Mathematica Policy Research, Inc.*

Harju, H., Van Hoof, J., Nanu, C. E., McMullen, J., & Hannula-Sormunen, M. (2024). Spontaneous focusing on numerical order and numerical skills of 3- to 4-year-old children. *Educational Studies in Mathematics, 117*(1), 43–65. https://doi.org/10.1007/s10649-024-10327-3

Harvey, B. M., Klein, B. P., Petridou, N., & Dumoulin, S. O. (2013). Topographic Representation of Numerosity in the Human Parietal Cortex. *Science, 341*(6150), 1123–1126. https://doi.org/10.1126/science.1239052

Hattan, C., Alexander, P. A., & Lupo, S. M. (2023). Leveraging what students know to make sense of texts: What the research says about prior knowledge activation. *Review of Educational Research, 93*(2), 223–255. https://doi.org/10.3102/00346543221148478

Hecht, S. A., Torgesen, J. K., Wagner, R. K., & Rashotte, C. A. (2001). The Relations between Phonological Processing Abilities and Emerging Individual Differences in Mathematical Computation Skills: A Longitudinal Study from Second to Fifth Grades. *Journal of Experimental Child Psychology, 79*(2), 192–227. https://doi.org/10.1006/jecp.2000.2586

Held, T., & Hascher, T. (2022). Testing effects of promoting antecedents of mathematics achievement emotions: A change-change model. *Learning and Individual Differences, 93*, 102112. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2021.102112

Herzog, M., & Fritz, A. (2022). Place Value Understanding Explains Individual Differences in Writing Numbers in Second and Third Graders But Goes Beyond. *Frontiers in Education, 6.* https://doi.org/10.3389/feduc.2021.642153

Hidayah, F. N., & Retnawati, H. (2024). The Impact of Numeracy on Early Childhood Development: A Meta-Analysis of Experimental Studies. Golden Age: Jurnal Ilmiah Tumbuh Kembang Anak Usia Dini, 9(3), 559–573. https://doi.org/10.14421/jga.2024.93-15

Hiebert, J., & Wearne, D. (1992). Links between Teaching and Learning Place Value with Understanding in First Grade. *Journal for Research in Mathematics Education, 23*(2), 98–122. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.23.2.0098

Hitch, G. J., Allen, R. J., & Baddeley, A. D. (2024). The multicomponent model of working memory fifty years on. *Quarterly Journal of Experimental Psychology, 78*(2), 222–239. https://doi.org/10.1177/17470218241290909

Hoff, D., Amland, T., Melby-Lervåg, M., Lervåg, A., & Protopapas, A. (2023). Early rapid naming longitudinally predicts shared variance in reading and arithmetic fluency. *Journal of Experimental Child Psychology, 231*, 105656. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2023.105656

Holmes, J., Gathercole, S. E., & Dunning, D. L. (2010). Poor working memory. *Developmental Disorders and Interventions*, 1–43. https://doi.org/10.1016/b978-0-12-374748-8.00001-9

Hornburg, C. B., King, Y. A., Westerberg, L., Schmitt, S. A., & Purpura, D. J. (2024). The roles of mathematical language and emergent literacy skills in the

longitudinal prediction of specific early numeracy skills. *Journal of Experimental Child Psychology, 244*, 105959. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2024.105959

Hunter, R., Hunter, J., Anthony, G., & McChesney, K. (2018). Developing mathematical inquiry communities: Enacting culturally responsive, culturally sustaining, ambitious mathematics teaching. *Set: Research Information for Teachers, 2*, 25. https://doi.org/10.18296/set.0106

Hutchison, J. E., Ansari, D., Zheng, S., De Jesus, S., & Lyons, I. M. (2022). Extending ideas of numerical order beyond the count-list from kindergarten to first grade. *Cognition, 223*, 105019. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2022.105019

Hutchison, J. E., Tabrizian, B., Bajnauth, N., Avdellas, A., Phillips, D., & Lyons, I. M. (2025). A meta-analysis of the cross-sectional and longitudinal relations between executive functioning and math in early childhood. *Journal of Numerical Cognition, 11*. https://doi.org/10.5964/jnc.14335

Hwang, S. (2020). Examining the Effect of Students Early Numeracy Activities at Home on Later Mathematics Achievement via Early Numeracy Competencies and Self-Efficacy Beliefs. *Lnternational Electronic Journal of Elementary Education, 13*(1), 47–56. https://doi.org/10.26822/iejee.2020.172

Hyde D. C. (2023). Cognitive neuroscience: An abstract sense of number in the infant brain. *Current biology : CB*, *33*(10), R400–R402. https://doi.org/10.1016/j.cub.2023.03.079

Hyde, D. C., Khanum, S., & Spelke, E. S. (2014). Brief non-symbolic, approximate number practice enhances subsequent exact symbolic arithmetic in children. *Cognition, 131*(1), 92–107. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2013.12.007

Hyde, D. C., Mou, Y., Berteletti, I., Spelke, E. S., Dehaene, S., & Piazza, M. (2021). Testing the role of symbols in preschool numeracy: An experimental computer-based intervention study. *PLOS ONE, 16*(11), e0259775. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0259775

Iglesias-Sarmiento, V., Carriedo, N., Rodríguez-Villagra, O. A., & Pérez, L. (2023). Executive functioning skills and (low) math achievement in primary and secondary school. *Journal of Experimental Child Psychology, 235*, 105715. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2023.105715

Instituto Nacional de Estadística. (s.f.). *INEbase: Demografía y población*. https://www.ine.es/dyngs/INEbase/categoria.htm?c=Estadistica_P&cid=1254734710984

Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE). (2024). *TIMSS 2023. Informe español*. Ministerio de Educación y Formación Profesional. https://inee.educacion.es

Ionescu, T., Goldstone, R. L., Rogobete, D., & Taranu, M. (2024). Is Cognitive Flexibility Equivalent to Shifting? Investigating Cognitive Flexibility in Multiple Domains. *Journal of Cognition*, *7*(1). https://doi.org/10.5334/joc.403

Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 106*(25), 10382–10385. https://doi.org/10.1073/pnas.0812142106

Jacob, R., Watts, T. W., & von Suchodoletz, A. (2022). Editorial: The Potential of School-Based Interventions That Target Executive Function. *Frontiers in Psychology, 13*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.831745

James-Brabham, E., von Bastian, C. C., Brough, C., & Blakey, E. (2024). Do home mathematical activities relate to early mathematical skills? A systematic review

and meta-analysis. *Child Development, 96*(1), 451–468. Portico. https://doi.org/10.1111/cdev.14162

Ji, Z., & Guo, K. (2023). The association between working memory and mathematical problem solving: A three-level meta-analysis. *Frontiers in Psychology, 14*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1091126

Jiang, R., Xiao, Z., Jiang, Y., & Jiang, X. (2025). The neural mechanisms of private speech in second language learners' oral production: An fNIRS study. *Brain Sciences, 15*(5), 451. https://doi.org/10.3390/brainsci15050451

Jordan, N. C., & Devlin, B. L. (2023). *Early predictors of mathematics achievement and mathematics learning difficulties*. En R. E. Tremblay, M. Boivin, & R. DeV. Peters (Eds.), *Encyclopedia on Early Childhood Development* (rev. ed.). Centre of Excellence for Early Childhood Development. Recuperado de https://www.child-encyclopedia.com

Jordan, N. C., Devlin, B. L., & Botello, M. (2022). Core foundations of early mathematics: Refining the number sense framework. *Current Opinion in Behavioral Sciences, 46*, 101181. https://doi.org/10.1016/j.cobeha.2022.101181

Jordan, N. C., & Dyson, N. (2025). *Early numbers, big ideas: Fostering number sense in young children* (Informe). Centre for Independent Studies. ISBN 978-1-923462-07-6.

Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology, 45*(3), 850–867. https://doi.org/10.1037/a0014939

Judd, N., & Klingberg, T. (2021). Training spatial cognition enhances mathematical learning in a randomized study of 17,000 children. *Nature Human Behaviour, 5*(11), 1548–1554. https://doi.org/10.1038/s41562-021-01118-4

Kail, R. V., Lervåg, A., & Hulme, C. (2015). Longitudinal evidence linking processing speed to the development of reasoning. *Developmental Science*, *19*(6), 1067–1074. Portico. https://doi.org/10.1111/desc.12352

Kamii, C. (1982). *Number in Preschool and Kindergarten: Educational Implications of Piaget's Theory*. Washington, DC: National Association for the Education of Young Children.

Kanellopoulou, C., Kermanidis, K. L., & Giannakoulopoulos, A. (2019). *The Dual-Coding and Multimedia Learning Theories: Film Subtitles as a Vocabulary Teaching Tool*. Education Sciences, 9(3), 210. https://doi.org/10.3390/educsci9030210

Kapur, M., Saba, J., & Roll, I. (2023). Prior math achievement and inventive production predict learning from productive failure. *Npj Science of Learning, 8*(1). https://doi.org/10.1038/s41539-023-00165-y

Kawashima, R., Taira, M., Okita, K., Inoue, K., Tajima, N., Yoshida, H., Sasaki, T., Sugiura, M., Watanabe, J., & Fukuda, H. (2004). A functional MRI study of simple arithmetic—a comparison between children and adults. *Cognitive Brain Research, 18*(3), 227–233. https://doi.org/10.1016/j.cogbrainres.2003.10.009

Kibbe, M. M., & Stahl, A. E. (2023). Objects in a social world: Infants' object representational capacity limits are shaped by objects' social relevance. *Advances in child development and behavior*, *65*, 69–97. https://doi.org/10.1016/bs.acdb.2023.05.002

Kim, T.-Y. (2021). Perezhivaniya in L2 learning and motivation from a sociocultural perspective: A qualitative analysis of retrospective L2 learning essays. *Learning, Culture and Social Interaction, 30*, 100521. https://doi.org/10.1016/j.lcsi.2021.100521

Kim, J., Gilbert, J., Yu, Q., & Gale, C. (2021). Measures Matter: A Meta-Analysis of the Effects of Educational Apps on Preschool to Grade 3 Children's Literacy and Math Skills. *AERA Open, 7*. https://doi.org/10.1177/23328584211004183

Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). *Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching*. Educational Psychologist, 41(2), 75–86. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_1

Kiverstein, J., Miller, M., Rietveld, E., & Kirchhoff, M. (2024). Desire and motivation in predictive processing. *Review of Philosophy and Psychology*. https://doi.org/10.1007/s13164-024-00757-6

Krajcsi, A., Lengyel, G., & Kojouharova, P. (2016). The Source of the Symbolic Numerical Distance and Size Effects. *Frontiers in Psychology, 7*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01795

Krenger, M., & Thevenot, C. (2025). Do children need counting principle knowledge to count on their fingers? Journal of Experimental Child Psychology, 249, 106073. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2024.106073

Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2003). Mathematics Interventions for Children with Special Educational Needs. *Remedial and Special Education, 24*(2), 97–114. https://doi.org/10.1177/07419325030240020501

Kwok, F. Y., Bull, R., & Muñez, D. (2021). Cross- and Within-Domain Associations of Early Reading and Mathematical Skills: Changes Across the Preschool Years. *Frontiers in Psychology, 12*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.710470

Kwon, H., & Capraro, M. M. (2021). Nurturing problem posing in young children: Using multiple representation within students' real-world interest. *International*

Electronic Journal of Mathematics Education, 16(3), em0656. https://doi.org/10.29333/iejme/11066

Larsen, S. A., & Little, C. (2021). Matthew Effects in Reading and Mathematics: Examining Developmental Patterns in Population Data. https://doi.org/10.31234/osf.io/ahy3d

Lê, M.-L., Noël, M.-P., & Thevenot, C. (2024). The efficacy of manipulatives versus fingers in supporting young children's addition skills. *Journal of Experimental Child Psychology, 244*, 105931. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2024.105931

Lebert, A., & Vilarroya, Ó. (2024). The links between experiential learning and 4E cognition. *Annals of the New York Academy of Sciences, 1541*(1), 37–52. Portico. https://doi.org/10.1111/nyas.15238

Lechuga, M. T., Ortega-Tudela, J. M., & Gómez-Ariza, C. J. (2024). Retrieval-based concept mapping makes a difference as a retrieval practice activity: A study with high school students. *Frontiers in Education*. https://doi.org/10.3389/feduc.2024.1287744

Lee, K., Bull, R., & Ho, R. M. H. (2013). Developmental Changes in Executive Functioning. *Child Development*, *84*(6), 1933–1953. Portico. https://doi.org/10.1111/cdev.12096

Lee Swanson, H., Arizmendi, G. D., & Li, J.-T. (2021). Working memory growth predicts mathematical problem-solving growth among emergent bilingual children. Journal of Experimental Child Psychology, 201, 104988. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.104988

LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science / Revue*

canadienne des sciences du comportement, *41*(2), 55–66. https://doi.org/10.1037/a0014532

LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Sowinski, C., & Cankaya, O. (2022). Linking quantities and symbols in early numeracy learning. *Journal of Numerical Cognition*, *8*(1), 1–23. https://doi.org/10.5964/jnc.7249

Leibovich, T., Katzin, N., Harel, M., & Henik, A. (2016). From "sense of number" to "sense of magnitude": The role of continuous magnitudes in numerical cognition. *Behavioral and Brain Sciences*, *40*. https://doi.org/10.1017/s0140525x16000960

Leibovich-Raveh, T. (2023). Topographical map for quantities – Indeed? Commentary on Harvey et al 2013, 2017. *Current Research in Behavioral Sciences*, *4*, 100103. https://doi.org/10.1016/j.crbeha.2023.100103

Li, M., Dang, X., Chen, Y., Chen, Z., Xu, X., Zhao, Z., & Wu, D. (2024). Cognitive processing speed and accuracy are intrinsically different in genetic architecture and brain phenotypes. *Nature Communications*, *15*(1). https://doi.org/10.1038/s41467-024-52222-8

Liang, T., Peng, R.-C., Rong, K.-L., Li, J.-X., Ke, Y., & Yung, W.-H. (2024). Disparate processing of numerosity and associated continuous magnitudes in rats. *Science Advances*, *10*(8). https://doi.org/10.1126/sciadv.adj2566

Liang, X., Yin, Y., Kang, J., & Wang, L. (2022). Can training in the approximate number system improve the informal mathematics ability of preschoolers? *Acta Psychologica*, *228*, 103638. https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2022.103638

Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science*, *14*(6), 1292–1300. https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x

Libertus, M. E., Odic, D., & Halberda, J. (2012). Intuitive sense of number correlates with math scores on college-entrance examination. *Acta Psychologica, 141*(3), 373–379. https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2012.09.009

Licastro, B. M., Méndez Jurado, M. A., & Delbosco, M. C. (2025). Habilidades matemáticas para escolares de 4-8 años: Herramientas para evaluar riesgo de dificultades de aprendizaje. *Edma 0-6: Educación Matemática En La Infancia, 14*(1), 152–185. https://doi.org/10.24197/edmain.1.2025.152-185

Lievore, R., Caviola, S., & Mammarella, I. C. (2024). How trait and state mathematics anxiety could affect performance: Evidence from children with and without Specific Learning Disorders. *Learning and Individual Differences, 112*, 102459. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2024.102459

Liu, W., Li, J., Zhao, Y., Xie, X., & Cicchini, G. M. (2024). Editorial: Signatures of a direct sense of number. *Frontiers in Psychology, 15*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2024.1430354

Liu, Y., Peng, P., & Yan, X. (2025). Early numeracy and mathematics development: A longitudinal meta-analysis on the predictive nature of early numeracy. *Journal of Educational Psychology, 117*(6), 863–883. https://doi.org/10.1037/edu0000925

Logie, R. H. (2014). *Visuo-spatial Working Memory*. Psychology Press. https://doi.org/10.4324/9781315804743

Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2011). Numerical ordering ability mediates the relation between number-sense and arithmetic competence. *Cognition, 121*(2), 256–261. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2011.07.009

Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2013). Ordinality and the Nature of Symbolic Numbers. *The Journal of Neuroscience, 33*(43), 17052–17061. https://doi.org/10.1523/jneurosci.1775-13.2013

Macedonia, M. (2019). *Embodied learning: Why at school the mind needs the body*. Frontiers in Psychology, 10, 2098. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.02098

Malik, F., & Marwaha, R. (2020). *Cognitive Development*. In *StatPearls* [Internet]. StatPearls Publishing. NBK537095. Disponible en NCBI Bookshelf.

Malone, S. A., Pritchard, V. E., & Hulme, C. (2022). Domain-specific skills, but not fine-motor or executive function, predict later arithmetic and reading in children. *Learning and Individual Differences, 95*, 102141. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2022.102141

Margoni, F., Surian, L., & Baillargeon, R. (2022). The Violation-of-Expectation Paradigm: A Conceptual Overview. https://doi.org/10.31234/osf.io/5fsxj

Martinez-Figueira, M. E., Borda-Valderrama, J., Montes-Betancourt, M., & Falla-Ortiz, Janeth. (2023). ICT in the development of phonological awareness: A critical literature review. *Digital Education Review, 44*, 125–132. https://doi.org/10.1344/der.2023.44.125-132

Martins, S., Araújo, C. A., Fonseca, M., Baptista, J., & Martins, C. (2024). Developmental predictors of mathematics achievement at the end of Year 1. *Análise Psicológica, 41*(2), 177–190. https://doi.org/10.14417/ap.2037

Mashburn, C. A., Barnett, M. K., & Engle, R. W. (2024). Processing speed and executive attention as causes of intelligence. *Psychological Review, 131*(3), 664–694. https://doi.org/10.1037/rev0000439

Matejko, A. A., Lozano, M., Schlosberg, N., McKay, C., Core, L., Revsine, C., Davis, S. N., & Eden, G. F. (2022). The relationship between phonological processing and arithmetic in children with learning disabilities. *Developmental Science, 26*(2). Portico. https://doi.org/10.1111/desc.13294

Mattson, D., Kryska, K., Pei, J., Keen, D., & Fernandez, R. (2024). Math abilities among children with neurodevelopmental difficulties: Understanding cognitive factors and evaluating a pilot intervention. *Canadian Journal of School Psychology*. Advance online publication. https://doi.org/10.1177/08295735241259061

McClelland, M. M., Cameron, C. E., Duncan, R., Bowles, R. P., Acock, A. C., Miao, A., & Pratt, M. E. (2014). Predictors of early growth in academic achievement: the head-toes-knees-shoulders task. *Frontiers in Psychology*, *5*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2014.00599

McClelland, M. M., Gonzales, C. R., Cameron, C. E., Geldhof, G. J., Bowles, R. P., Nancarrow, A. F., Merculief, A., & Tracy, A. (2021). The Head-Toes-Knees-Shoulders Revised: Links to Academic Outcomes and Measures of EF in Young Children. *Frontiers in Psychology, 12*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.721846

McGrew, K. S., & Wendling, B. J. (2010). Cattell–Horn–Carroll cognitive-achievement relations: What we have learned from the past 20 years of research. *Psychology in the Schools*, *47*(7), 651–675. Portico. https://doi.org/10.1002/pits.20497

Meehan, L., Pacheco, G., & Schober, T. (2023). Basic Reading and Mathematics Skills and the Labour Market Outcomes of Young People: Evidence from PISA and Linked Administrative Data*. *Economic Record, 99*(327), 473–491. Portico. https://doi.org/10.1111/1475-4932.12755

Mejias, S., Muller, C., & Schiltz, C. (2019). Assessing Mathematical School Readiness. *Frontiers in Psychology, 10*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2019.01173

Melby-Lervåg, M., Redick, T. S., & Hulme, C. (2016). Working Memory Training Does Not Improve Performance on Measures of Intelligence or Other Measures

of “Far Transfer.” *Perspectives on Psychological Science, 11*(4), 512–534. https://doi.org/10.1177/1745691616635612

Meltzer, L. (2018). *Executive function in education: From theory to practice* (2nd ed.). Guilford Press.

Meng, X., Zhao, L., Chen, X., Zhang, C., Cao, Y., & Yang, X. (2024). Phonological processing and spatial attention contribute to mathematics performance in different ways: A 3-year longitudinal study. *Early Childhood Research Quarterly, 67*, 320–329. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2024.01.010

Menon, V., & Chang, H. (2021). Emerging neurodevelopmental perspectives on mathematical learning. *Developmental Review, 60*, 100964. https://doi.org/10.1016/j.dr.2021.100964

Mera-Cantillo, C., Aragón Mendizábal, E., Manchado Porras, M., Menacho Jiménez, M. I., Arrigoni, F. S., Canto López, M. C., & Navarro Guzmán, J. I. (2025). The Impact of Educational Apps on Trajectories of Early Mathematical Thinkingal App. *Electronic Journal of Research in Education Psychology, 23*(65), 95–114. https://doi.org/10.25115/ejrep.v23i65.9868

Mera, C., Delgado, C., Aragón, E., Menacho, I., Canto, M. D. C., & Navarro, J. I. (2022). Contributions of the psychology of mathematical cognition in early childhood education using apps. *Frontiers in Psychology, 13*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.913970

Mera, C., Ruiz, G., Román, B., Aragón, E., & Navarro, J. I. (2019). Apps para el aprendizaje de las matemáticas en educación infantil. International Journal of Developmental and Educational Psychology. *Revista INFAD de Psicología., 3*(1), 121. https://doi.org/10.17060/ijodaep.2019.n1.v3.1456

Mercer, N., & Sams, C. (2006). Teaching children how to use language to solve maths problems. *Language and Education, 20*(6), 507–528. https://doi.org/10.2167/le678.0

Meylani, R. (2024). Mathematical Thinking and Learning in Early Childhood: A Consolidated Qualitative Synthesis of Cutting-Edge Research Literature. *Journal of Qualitative Research in Education, 40*, 82–127. https://doi.org/10.14689/enad.40.1966

Miller, P. H. (2016). *Theories of Developmental Psychology* (6ª ed.). Worth Publishers.

Mix, K. S., Bower, C. A., Hancock, G. R., Yuan, L., & Smith, L. B. (2022). The development of place value concepts: Approximation before principles. *Child development*, *93*(3), 778–793. https://doi.org/10.1111/cdev.13724

Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A., & Wager, T. D. (2000). The Unity and Diversity of Executive Functions and Their Contributions to Complex "Frontal Lobe" Tasks: A Latent Variable Analysis. *Cognitive Psychology*, *41*(1), 49–100. https://doi.org/10.1006/cogp.1999.0734

Moeller, K., Pixner, S., Zuber, J., Kaufmann, L., & Nuerk, H.-C. (2011). Early place-value understanding as a precursor for later arithmetic performance—A longitudinal study on numerical development. *Research in Developmental Disabilities, 32*(5), 1837–1851. https://doi.org/10.1016/j.ridd.2011.03.012

Monette, S., Bigras, M., & Guay, M.-C. (2011). The role of the executive functions in school achievement at the end of Grade 1. Journal of Experimental Child Psychology, 109(2), 158–173. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.01.008

Morgan, P. L., Farkas, G., & Qiong Wu. (2009). Five-Year Growth Trajectories of Kindergarten Children With Learning Difficulties in Mathematics. *Journal of*

Learning Disabilities, 42(4), 306–321. https://doi.org/10.1177/0022219408331037

Morgan, P. L., Farkas, G., Hillemeier, M. M., & Maczuga, S. (2016). Science achievement gaps begin very early, persist, and are largely explained by modifiable factors. *Educational Researcher, 45*(1), 18–35. https://doi.org/10.3102/0013189X16633182

Mou, Y., Berteletti, I., & Hyde, D. C. (2018). What counts in preschool number knowledge? A Bayes factor analytic approach toward theoretical model development. *Journal of Experimental Child Psychology, 166,* 116–133. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.07.016

Muñez, D., Lee, K., Bull, R., Khng, K. H., Cheam, F., & Rahim, R. A. (2022). Working memory and numeracy training for children with math learning difficulties: Evidence from a large-scale implementation in the classroom. *Journal of Educational Psychology, 114*(8), 1866–1880. https://doi.org/10.1037/edu0000732

Murphy, C., Muir, T., & Thomas, D. (2025). Scaffolding Collaboration in Early Years Mathematics: A Practice-Based Case Study in Teaching Multiplicative Grouping. *Early Childhood Education Journal*. https://doi.org/10.1007/s10643-025-01928-5

Mutaf Yıldız, B., Sasanguie, D., De Smedt, B., & Reynvoet, B. (2018). Frequency of Home Numeracy Activities Is Differentially Related to Basic Number Processing and Calculation Skills in Kindergartners. *Frontiers in Psychology, 9.* https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00340

Myers, J. A., Hughes, E. M., Witzel, B. S., Anderson, R. D., & Owens, J. (2022). A Meta-Analysis of Mathematical Interventions for Increasing the Word Problem

Solving Performance of Upper Elementary and Secondary Students with Mathematics Difficulties. *Journal of Research on Educational Effectiveness, 16*(1), 1–35. https://doi.org/10.1080/19345747.2022.2080131

Mystakidis, S., Berki, E., & Valtanen, J.-P. (2021). Deep and meaningful e-learning with social virtual reality environments in higher education: A systematic literature review. *Applied Sciences, 11*(5), 2412. https://doi.org/10.3390/app11052412

National Mathematics Advisory Panel (NMAP). (2008). *Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel*. U.S. Department of Education.

Nelson, G., Carter, H., Boedeker, P., Knowles, E., Buckmiller, C., & Eames, J. (2023). A Meta-Analysis and Quality Review of Mathematics Interventions Conducted in Informal Learning Environments with Caregivers and Children. *Review of Educational Research, 94*(1), 112–152. https://doi.org/10.3102/00346543231156182

Ng, C. (2024). Students' perezhivaniya and engagement in English language learning. *Learning, Culture and Social Interaction, 46*, 100819. https://doi.org/10.1016/j.lcsi.2024.100819

Ng, F. F.-Y., Tamis-LeMonda, C., Yoshikawa, H., & Sze, I. N.-L. (2014). Inhibitory control in preschool predicts early math skills in first grade. *International Journal of Behavioral Development, 39*(2), 139–149. https://doi.org/10.1177/0165025414538558

Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., & Spitler, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Childhood Research Quarterly, 36*, 550–560. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003

Ninaus, M., Moeller, K., Kaufmann, L., Fischer, M. H., Nuerk, H.-C., & Wood, G. (2017). Cognitive Mechanisms Underlying Directional and Non-directional Spatial-Numerical Associations across the Lifespan. *Frontiers in Psychology, 8*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2017.01421

Noël, M.-P., & Karagiannakis, G. (2022). *Effective teaching strategies for dyscalculia and learning difficulties in mathematics: Perspectives from cognitive neuroscience*. Routledge.

Nunes, T., & Bryant, P. (2021). *Using Mathematics to Understand the World: How Culture Promotes Children's Mathematics* (1st ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780429265815

Núñez, R. (2017). Is there really an evolved capacity for number? *Trends in Cognitive Sciences, 21*(6), 409–424. https://doi.org/10.1016/j.tics.2017.03.005

Núñez, R., Edwards, L., & Matos, J. F. (1999). Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 39*(1-3), 45–65. https://doi.org/10.1023/A:1003759711966

O'Connor, P. A., Morsanyi, K., & McCormack, T. (2018). Young children's non-numerical ordering ability at the start of formal education longitudinally predicts their symbolic number skills and academic achievement in maths. *Developmental Science, 21*(5). Portico. https://doi.org/10.1111/desc.12645

Odic, D., & Starr, A. (2018). An Introduction to the Approximate Number System. *Child Development Perspectives*, *12*(4), 223–229. Portico. https://doi.org/10.1111/cdep.12288

OECD. (2023). *OECD Skills Outlook 2023*. In OECD Skills Outlook. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/27452f29-en

OECD. (2023). *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/53f23881-en

Outhwaite, L. A., Early, E., Herodotou, C., & Van Herwegen, J. (2023). Understanding how educational maths apps can enhance learning: A content analysis and qualitative comparative analysis. *British Journal of Educational Technology, 54*(5), 1292–1313. Portico. https://doi.org/10.1111/bjet.13339

Outhwaite, L. A., Faulder, M., Gulliford, A., & Pitchford, N. J. (2019). Raising early achievement in math with interactive apps: A randomized control trial. *Journal of Educational Psychology, 111*(2), 284–298. https://doi.org/10.1037/edu0000286

Park, J., & Brannon, E. M. (2013). Training the Approximate Number System Improves Math Proficiency. *Psychological Science, 24*(10), 2013–2019. https://doi.org/10.1177/0956797613482944

Park, J., & Brannon, E. M. (2014). Improving arithmetic performance with number sense training: An investigation of underlying mechanism. *Cognition, 133*(1), 188–200. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2014.06.011

Park, Y., Zhang, Y., Chang, H., & Menon, V. (2024). Short-term number sense training recapitulates long-term neurodevelopmental changes from childhood to adolescence. Developmental science, 27(5), e13524. https://doi.org/10.1111/desc.13524

Pascual-Leone, J. (1970). A mathematical model for the transition rule in Piaget's developmental stages. Acta Psychologica, 32, 301–345. https://doi.org/10.1016/0001-6918(70)90108-3

Pascual-Leone, J. (1984). Attention, dialectic, and mental effort: Towards an organismic theory of life stages. In M. L. Commons, F. A. Richards, & G. Armon (Eds.),

Beyond formal operations: Late adolescence and adult cognitive development (pp. 182–215). NY: Praeger.

Pascual-Leone, J. (2013). Can we model organismic causes of working memory, efficiency and fluid intelligence? A meta-subjective perspective. Intelligence, 41(5), 738–743. https://doi.org/10.1016/j.intell.2013.06.001

Paulus, M. (2022). Should infant psychology rely on the violation-of-expectation method? Not anymore. *Infant and Child Development, 31*(1). Portico. https://doi.org/10.1002/icd.2306

Pazouki, T., Cornu, V., Sonnleitner, P., Schiltz, C., Fischbach, A., & Martin, R. (2018). MaGrid: A Language-Neutral Early Mathematical Training and Learning Application. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (IJET), 13*(08), 4. https://doi.org/10.3991/ijet.v13i08.8271

Pekrun, R. (2024). Control-value theory: From achievement emotion to a general theory of human emotions. *Educational Psychology Review, 36*, Article 83. https://doi.org/10.1007/s10648-024-09909-7

Pellizzoni, S., Cargnelutti, E., Cuder, A., & Passolunghi, M. C. (2021). The interplay between math anxiety and working memory on math performance: a longitudinal study. *Annals of the New York Academy of Sciences, 1510*(1), 132–144. Portico. https://doi.org/10.1111/nyas.14722

Penner, M., Buckland, C., & Moes, M. (2019). Early Identification of, and Interventions for, Kindergarten Students at Risk for Mathematics Difficulties. *Mathematical Learning and Cognition in Early Childhood*, 57–78. https://doi.org/10.1007/978-3-030-12895-1_5

Peng, P., Namkung, J., Barnes, M., & Sun, C. (2016). A meta-analysis of mathematics and working memory: Moderating effects of working memory domain, type of

mathematics skill, and sample characteristics. *Journal of Educational Psychology, 108*(4), 455–473. https://doi.org/10.1037/edu0000079

Peng, P., Wang, T., Wang, C., & Lin, X. (2019). A meta-analysis on the relation between fluid intelligence and reading/mathematics: Effects of tasks, age, and social economics status. *Psychological Bulletin, 145*(2), 189–236. https://doi.org/10.1037/bul0000182

Perez, J., & Feigenson, L. (2021). Stable individual differences in infants' responses to violations of intuitive physics. Proceedings of the National Academy of Sciences, 118(27). https://doi.org/10.1073/pnas.2103805118

Peters, L., & De Smedt, B. (2018). Arithmetic in the developing brain: A review of brain imaging studies. *Developmental Cognitive Neuroscience, 30*, 265–279. https://doi.org/10.1016/j.dcn.2017.05.002

Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology*. Columbia University Press.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*. London, UK: Routledge and Kegan Paul.

Piaget, J., & Szeminska, A. (1952). *The Child's Conception of Number.* London: Routledge & Kegan Paul.

Pickering, J., Attridge, N., Inglis, M., & Morsanyi, K. (2025). Numeracy, logical reasoning and real-world decision making. *Research in Mathematics Education*. Advance online publication. https://doi.org/10.1080/14794802.2025.2472675

Pijnenburg, L. J., de Haan, L., Smith, L., & van der Meer, D. (2021). Early predictors of mental health in mid-adulthood. *Brain Sciences, 13*(7), 1020. https://doi.org/10.3390/brainsci13071020

Poletti, C., Krenger, M., Létang, M., Hennequin, B., & Thevenot, C. (2024). Finger counting training enhances addition performance in kindergarteners. *Child Development, 96*(1), 251–268. Portico. https://doi.org/10.1111/cdev.14146

Postle, B. R. (2006). Working memory as an emergent property of the mind and brain. *Neuroscience, 139*(1), 23–38. https://doi.org/10.1016/j.neuroscience.2005.06.005

Purpura, D. J., Hume, L. E., Sims, D. M., & Lonigan, C. J. (2011). Early literacy and early numeracy: The value of including early literacy skills in the prediction of numeracy development. *Journal of Experimental Child Psychology, 110*(4), 647–658. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.07.004

Purpura, D. J., & Lonigan, C. J. (2013). Informal Numeracy Skills. *American Educational Research Journal, 50*(1), 178–209. https://doi.org/10.3102/0002831212465332

Rahayuningsih, S., Sirajuddin, S., & Nasrun, N. (2020). Cognitive flexibility: exploring students' problem-solving in elementary school mathematics learning. *JRAMathEdu (Journal of Research and Advances in Mathematics Education)*, 59–70. https://doi.org/10.23917/jramathedu.v6i1.11630

Ramani, G. B., & Eason, S. H. (2015). It all adds up. *Phi Delta Kappan, 96*(8), 27–32. https://doi.org/10.1177/0031721715583959

Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2014). How Informal Learning Activities Can Promote Children's Numerical Knowledge. *The Oxford Handbook of Numerical Cognition*, 1135–1153. https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.012

Ramstead, M. J. D., Kirchhoff, M., & Friston, K. J. (2020). A tale of two densities: Active inference is enactive inference. *Adaptive Behavior, 28*(4), 225–239. https://doi.org/10.1177/1059712319862774

Rasmussen, C., & Bisanz, J. (2005). Representation and working memory in early arithmetic. *Journal of Experimental Child Psychology, 91*(2), 137–157. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2005.01.004

Raudenbush, S. W., Hernandez, M., Goldin-Meadow, S., Carrazza, C., Foley, A., Leslie, D., Sorkin, J. E., & Levine, S. C. (2020). Longitudinally adaptive assessment and instruction increase numerical skills of preschool children. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 117*(45), 27945–27953. https://doi.org/10.1073/pnas.2002883117

Raven, J. C, J. H Court, y J Raven. (1993) *RAVEN : matrices progresivas : escalas color (CPM), general (SPM), superior (APM) : manual*. Paidós.

Ren, X., & Libertus, M. E. (2023). Identifying the Neural Bases of Math Competence Based on Structural and Functional Properties of the Human Brain. *Journal of Cognitive Neuroscience, 35*(8), 1212–1228. https://doi.org/10.1162/jocn_a_02008

Ren, X., Schweizer, K., Wang, T., & Xu, F. (2015). The Prediction of Students' Academic Performance With Fluid Intelligence in Giving Special Consideration to the Contribution of Learning. *Advances in Cognitive Psychology, 11*(3), 97–105. https://doi.org/10.5709/acp-0175-z

RepovŠ, G., & Baddeley, A. (2006). The multi-component model of working memory: Explorations in experimental cognitive psychology. *Neuroscience, 139*(1), 5–21. https://doi.org/10.1016/j.neuroscience.2005.12.061

Reynvoet, B., Vanbecelaere, S., Depaepe, F., & Sasanguie, D. (2021). Intervention studies in math: A metareview. In *Heterogeneous Contributions to Numerical Cognition: Learning and Education in Mathematical Cognition*, (pp. 283–308). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-817414-2.00012-9

Rietveld, E., Denys, D., & van Westen, M. (2018). Ecological-enactive cognition as engaging with a field of relevant affordances. In A. Newen, L. De Bruin, & S. Gallagher (Eds.), *The Oxford handbook of 4E cognition* (pp. 40–70). Oxford University Press. https://doi.org/10.1093/oxfordhb/9780198735410.013.3

Ritchie, S. J., & Bates, T. C. (2013). Enduring Links From Childhood Mathematics and Reading Achievement to Adult Socioeconomic Status. *Psychological Science, 24*(7), 1301–1308. https://doi.org/10.1177/0956797612466268

Rivera, S. M., Wakeley, A., & Langer, J. (1999). *The drawbridge phenomenon: Representational reasoning or perceptual preference?* Developmental Psychology, 35(2), 427–435. https://doi.org/10.1037//0012-1649.35.2.427

Rivera-Novoa, A., & Duarte Arias, D. A. (2025). Generative Artificial Intelligence and Extended Cognition in Science Learning Contexts. *Sci & Educ*. https://doi.org/10.1007/s11191-025-00660-1

Rodríguez-Cubillo, M. del R., Del Castillo, H., & Arteaga Martínez, B. (2021). El uso de aplicaciones móviles en el aprendizaje de las matemáticas: una revisión sistemática. *ENSAYOS. Revista de La Facultad de Educación de Albacete, 1*(36), 17–34. CLOCKSS. https://doi.org/10.18239/ensayos.v36i1.2631

Rodríguez, C., & Ferreira, R. A. (2023). To what extent is dot comparison an appropriate measure of approximate number system? *Frontiers in Psychology, 13*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.1065600

Rojo, M., Gersib, J., Powell, S. R., Shen, Z., King, S. G., Akther, S. S., Arsenault, T. L., Bos, S. E., Lariviere, D. O., & Lin, X. (2024). A Meta-Analysis of Mathematics Interventions: Examining the Impacts of Intervention Characteristics. *Educational Psychology Review, 36*(1). https://doi.org/10.1007/s10648-023-09843-0

Ruiz, C., Kohnen, S., & Bull, R. (2023). Number line estimation patterns and their relationship with mathematical performance. Journal of Numerical Cognition, 9(2), 285–301. https://doi.org/10.5964/jnc.10557

Ruiz, C., Kohnen, S., & Bull, R. (2023). The relationship between number line estimation and mathematical reasoning: a quantile regression approach. *European Journal of Psychology of Education, 39*(2), 581–606. https://doi.org/10.1007/s10212-023-00708-2

Salvador, L. de S., Moura, R., Wood, G., & Haase, V. G. (2019). Cognitive heterogeneity of math difficulties: A bottom-up classification approach. *Journal of Numerical Cognition, 5*(1), 55–85. https://doi.org/10.5964/jnc.v5i1.60

Santos, F. H., Ribeiro, F. S., Dias-Piovezana, A. L., Primi, C., Dowker, A., & von Aster, M. (2022). Discerning developmental dyscalculia and neurodevelopmental models of numerical cognition in a disadvantaged educational context. *Brain Sciences, 12*(5), 653. https://doi.org/10.3390/brainsci12050653

Santos-Trigo, M. (2024). Problem solving in mathematics education: tracing its foundations and current research-practice trends. *ZDM – Mathematics Education, 56*(2), 211–222. https://doi.org/10.1007/s11858-024-01578-8

Sarama, J., Clements, D. H., Baroody, A. J., Kutaka, T. S., Chernyavskiy, P., Shi, J., & Cong, M. (2021). Testing a Theoretical Assumption of a Learning-Trajectories

Approach in Teaching Length Measurement to Kindergartners. *AERA Open, 7*. https://doi.org/10.1177/23328584211026657

Sasanguie, D., Göbel, S. M., Moll, K., Smets, K., & Reynvoet, B. (2013). Approximate number sense, symbolic number processing, or number–space mappings: What underlies mathematics achievement? *Journal of Experimental Child Psychology, 114*(3), 418–431. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2012.10.012

Scalise, N. R., Daubert, E. N., & Ramani, G. B. (2018). Narrowing the early mathematics gap: A play-based intervention to promote low-income preschoolers' number skills. *Journal of Numerical Cognition, 3*(3), 559–581. https://doi.org/10.5964/jnc.v3i3.72

Scalise, N. R., & Ramani, G. B. (2021). Symbolic Magnitude Understanding Predicts Preschoolers' Later Addition Skills. *Journal of Cognition and Development, 22*(2), 185–202. https://doi.org/10.1080/15248372.2021.1888732

Scerif, G., Blakey, E., Gattas, S., Hawes, Z., Howard, S., Merkley, R., O'Connor, R., & Simms, V. (2023). Making the Executive 'Function' for the Foundations of Mathematics: the Need for Explicit Theories of Change for Early Interventions. Educational Psychology Review, 35(4). https://doi.org/10.1007/s10648-023-09824-3

Schacter, J., & Jo, B. (2017). Improving preschoolers' mathematics achievement with tablets: a randomized controlled trial. *Mathematics Education Research Journal, 29*(3), 313–327. https://doi.org/10.1007/s13394-017-0203-9

Schilhab, T., & Groth, C. (2024). *Embodied Learning and Teaching using the 4E Cognition Approach*. Routledge. https://doi.org/10.4324/9781003341604

Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J., & De Smedt, B. (2016). Associations of non-symbolic and symbolic numerical

magnitude processing with mathematical competence: a meta-analysis. *Developmental Science, 20*(3). Portico. https://doi.org/10.1111/desc.12372

Schneider, M., Merz, S., Stricker, J., De Smedt, B., Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2018). Associations of Number Line Estimation With Mathematical Competence: A Meta-analysis. *Child Development, 89*(5), 1467–1484. Portico. https://doi.org/10.1111/cdev.13068

Schoenfeld, A.H. (2023). *A Theory of Teaching*. In: Praetorius, AK., Charalambous, C.Y. (eds) Theorizing Teaching. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-25613-4_6

Schukajlow, S., Rakoczy, K., & Pekrun, R. (2023). Emotions and motivation in mathematics education: Where we are today and where we need to go. *ZDM – Mathematics Education, 55*(2), 249–267. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01463-2

Schwartz, F., Zhang, Y., Chang, H., Karraker, S., Kang, J. B., & Menon, V. (2021). Neural representational similarity between symbolic and non-symbolic quantities predicts arithmetic skills in childhood but not adolescence. *Developmental Science, 24*(6). Portico. https://doi.org/10.1111/desc.13123

Sehrawat, A. (2024). THE ROLE OF MATHEMATICS IN ENHANCING CRITICAL THINKING SKILLS AMONG COLLEGE STUDENTS. Innovative Research Thoughts, 10(4), 141–149. https://doi.org/10.36676/irt.v10.i4.1616

Sellberg, C., Lundin, M., & Säljö, R. (2021). Assessment in the zone of proximal development: simulator-based competence tests and the dynamic evaluation of knowledge-in-action. *Classroom Discourse, 13*(4), 365–385. https://doi.org/10.1080/19463014.2021.1981957

Sepúlveda-Pedro, M. A. (2023). Sense-Making in the Wild: The Historical and Ecological Depth of Enactive Processes of Life and Cognition. *Adaptive Behavior, 32*(2), 117–136. https://doi.org/10.1177/10597123231190153

Sheppard, L. D., & Vernon, P. A. (2008). Intelligence and speed of information-processing: A review of 50 years of research. *Personality and Individual Differences, 44*(3), 535–551. https://doi.org/10.1016/j.paid.2007.09.015

Shipstead, Z., Harrison, T. L., & Engle, R. W. (2016). Working Memory Capacity and Fluid Intelligence: Maintenance and Disengagement. *Perspectives on psychological science : a journal of the Association for Psychological Science*, *11*(6), 771–799. https://doi.org/10.1177/1745691616650647

Siegler, R. S., & Braithwaite, D. W. (2017). Numerical Development. *Annual Review of Psychology*, *68*(1), 187–213. https://doi.org/10.1146/annurev-psych-010416-044101

Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The Development of Numerical Estimation. *Psychological Science, 14*(3), 237–250. https://doi.org/10.1111/1467-9280.02438

Silver, A. M., Alvarez-Vargas, D., Bailey, D. H., & Libertus, M. E. (2024). Assessing the association between parents' math talk and children's math performance: A preregistered meta-analysis. *Journal of Experimental Child Psychology, 243*, 105920. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2024.105920

Simmons, F. R., Soto-Calvo, E., Adams, A.-M., Francis, H. N., Patel, H., & Hartley, C. (2024). Longitudinal associations between parental mathematics anxiety and attitudes and young children's mathematics attainment. *Journal of Experimental Child Psychology, 238*, 105779. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2023.105779

Skagenholt, M., Skagerlund, K., & Träff, U. (2025). Numerical cognition across the lifespan: A selective review of key developmental stages and neural, cognitive, and affective underpinnings. *Cortex, 184*, 263–286. https://doi.org/10.1016/j.cortex.2025.01.005

Skwarchuk, S.-L., Sowinski, C., & LeFevre, J.-A. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *Journal of Experimental Child Psychology, 121*, 63–84. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.11.006

Soares, N., Evans, T., & Patel, D. R. (2018). Specific learning disability in mathematics: a comprehensive review. *Translational Pediatrics, 7*(1), 48–62. https://doi.org/10.21037/tp.2017.08.03

Society for Research in Child Development. (2021). *Early learning and curriculum*. Child Policy Hub. https://www.srcd.org/child-policy-hub/child-policy-briefs/early-childcare-and-education/early-learning-and-curriculum

Spaepen, E., Gunderson, E. A., Gibson, D., Goldin-Meadow, S., & Levine, S. C. (2018). Meaning before order: Cardinal principle knowledge predicts improvement in understanding the successor principle and exact ordering. *Cognition, 180*, 59–81. https://doi.org/10.1016/j.cognition.2018.06.012

Spiegel, J. A., Goodrich, J. M., Morris, B. M., Osborne, C. M., & Lonigan, C. J. (2021). Relations between executive functions and academic outcomes in elementary school children: A meta-analysis. *Psychological Bulletin, 147*(4), 329–351. https://doi.org/10.1037/bul0000322

Splinter, S. E., Depaepe, F., Verschaffel, L., & Torbeyns, J. (2024). Perceptual subitizing performance in 3- and 4-year-olds: The impact of visual features of sets. *Journal*

of Experimental Child Psychology, 244, 105946. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2024.105946

Stahl, A. E., & Kibbe, M. M. (2022). Great expectations: The construct validity of the violation-of-expectation method for studying infant cognition. Infant and Child Development, 31(6). Portico. https://doi.org/10.1002/icd.2359

Starling-Alves, I., Shanley, L., Cook, M. A., Sabb, F. W., Smith, J., Clarke, B., & Wilkey, E. D. (2025). Children identified for classroom-based math support show altered resting-state connectivity in parietal brain regions. *Scientific Reports, 15*(1). https://doi.org/10.1038/s41598-025-12809-7

Stekić, K., Ilić, O., Ković, V., & Savić, A. M. (2023). ERP Indicators of Phonological Awareness Development in Children: A Systematic Review. *Brain Sciences, 13*(2), 290. https://doi.org/10.3390/brainsci13020290

Stelzer, F., Richard's, M. M., Andrés, M. L., Vernucci, S., & Introzzi, I. (2019). Cognitive and maths-specific predictors of fraction conceptual knowledge. *Educational Psychology, 41*(2), 172–190. https://doi.org/10.1080/01443410.2019.1693508

Supekar, K., Swigart, A. G., Tenison, C., Jolles, D. D., Rosenberg-Lee, M., Fuchs, L., & Menon, V. (2013). Neural predictors of individual differences in response to math tutoring in primary-grade school children. Proceedings of the National Academy of Sciences, 110(20), 8230–8235. https://doi.org/10.1073/pnas.1222154110

Svane, R. P., Willemsen, M. M., Bleses, D., Krøjgaard, P., Verner, M., & Nielsen, H. S. (2023). A systematic literature review of math interventions across educational settings from early childhood education to high school. *Frontiers in Education, 8*. https://doi.org/10.3389/feduc.2023.1229849

Svraka, B., Álvarez, C., & Szücs, D. (2024). Anxiety predicts math achievement in kindergarten children. *Frontiers in Psychology, 15*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2024.1335952

Tablante, J., Krossa, L., Azimi, T., & Chen, L. (2023). Dysfunctions associated with the intraparietal sulcus and a distributed network in individuals with math learning difficulties: An ALE meta-analysis. *Human Brain Mapping, 44*(7), 2726–2740. https://doi.org/10.1002/hbm.26240

Tesink, V., Douglas, T., Forsberg, L., Ligthart, S., & Meynen, G. (2024). Right to mental integrity and neurotechnologies: implications of the extended mind thesis. *Journal of Medical Ethics, 50*(10), 656–663. https://doi.org/10.1136/jme-2023-109645

ten Braak, D., Lenes, R., Purpura, D. J., Schmitt, S. A., & Størksen, I. (2022). Why do early mathematics skills predict later mathematics and reading achievement? The role of executive function. Journal of Experimental Child Psychology, 214, 105306. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2021.105306

Toll, S. W. M., Van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2010). Executive Functions as Predictors of Math Learning Disabilities. *Journal of Learning Disabilities, 44*(6), 521–532. https://doi.org/10.1177/0022219410387302

Träff, U., Östergren, R., Skagerlund, K., & Skagenholt, M. (2025). Mental arithmetic skill development in primary school: The importance of number processing abilities and general cognitive abilities. *Journal of Experimental Child Psychology, 252*, 106155. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2024.106155

Tran, C., Smith, B., & Buschkuehl, M. (2017). Support of mathematical thinking through embodied cognition: Nondigital and digital approaches. *Cognitive*

Research: Principles and Implications, 2(1). https://doi.org/10.1186/s41235-017-0053-8

Turner, M. L., & Engle, R. W. (1989). Is working memory capacity task dependent? Journal of Memory and Language, 28(2), 127–154. https://doi.org/10.1016/0749-596x(89)90040-5

UNESCO. (2023). *Technology and learning for early childhood and primary education: Guidance for policy-makers and school leaders*. UNESCO.

Vaiopoulou, J., Papadakis, S., Sifaki, E., Kalogiannakis, M., & Stamovlasis, D. (2022). Classification and evaluation of educational apps for early childhood: Security matters. *Education and Information Technologies, 28*(3), 2547–2578. https://doi.org/10.1007/s10639-022-11289-w

Van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., Boom, J., & Leseman, P. P. M. (2011). The development of executive functions and early mathematics: A dynamic relationship. *British Journal of Educational Psychology, 82*(1), 100–119. Portico. https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02035.x

van Galen, M. S., & Reitsma, P. (2008). Developing access to number magnitude: A study of the SNARC effect in 7- to 9-year-olds. *Journal of Experimental Child Psychology, 101*(2), 99–113. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2008.05.001

Van Luit, J. E. (2015). Good math education in kindergarten cannot prevent dyscalculia. *Revista de Psicología y Educación/Journal of Psychology and Education*, *10*(2), 43-60.

van Oers, B. (2012). *Developmental education: Foundations of a play-based curriculum*. In B. van Oers (Ed.), *Developmental Education for Young Children: Concept, Practice and Implementation* (pp. 13–25). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-4617-6_2

Van Orman, D. S. J., Wong, R. M., Carbonneau, K. J., & Adesope, O. O. (2022). Effects of concept maps and worked examples in learning skills in mathematics. *School Science and Mathematics, 122(*4), 183–194. Portico. https://doi.org/10.1111/ssm.12524

Vanbinst, K., Ghesquière, P., & De Smedt, B. (2014). Arithmetic strategy development and its domain-specific and domain-general cognitive correlates: A longitudinal study in children with persistent mathematical learning difficulties. *Research in Developmental Disabilities, 35*(11), 3001–3013. https://doi.org/10.1016/j.ridd.2014.06.023

Varela, F. J., Thompson, E., & Rosch, E. (2017). *The Embodied Mind*. https://doi.org/10.7551/mitpress/9780262529365.001.0001

Vasilyeva, M., Lu, L., Damoah, K., & Laski, E. V. (2025). Compensatory Relation Between Executive Function and Fluid Intelligence in Predicting Math Learning. *Education Sciences*, *15*(7), 790. https://doi.org/10.3390/educsci15070790

Verbruggen, S., Depaepe, F., & Torbeyns, J. (2021). Effectiveness of educational technology in early mathematics education: A systematic literature review. *International Journal of Child-Computer Interaction, 27*, 100220. https://doi.org/10.1016/j.ijcci.2020.100220

Veresov, N. (2017). *The concept of perezhivanie in cultural-historical theory: Content and contexts*. En M. Fleer, F. L. González Rey & N. Veresov (Eds.), *Perezhivanie, Emotions and Subjectivity: Advancing Vygotsky's Legacy* (pp.17-70). Springer Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-10-4534-9

Vogel, S. E., & De Smedt, B. (2021). Developmental brain dynamics of numerical and arithmetic abilities. *Npj Science of Learning, 6*(1). https://doi.org/10.1038/s41539-021-00099-3

Vogel, S. E., Remark, A., & Ansari, D. (2015). Differential processing of symbolic numerical magnitude and order in first-grade children. *Journal of Experimental Child Psychology, 129*, 26–39. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2014.07.010

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press.

Wästerlid, C., Holmqvist, M., & Tutunjian, D. (2024). Preschool class pupils' enhanced subitizing abilities by learning study interventions. *International Journal for Lesson & Learning Studies, 13*(5), 61–75. https://doi.org/10.1108/ijlls-04-2024-0066

Way, J., & Ginns, P. (2024). Embodied Learning in Early Mathematics Education: Translating Research into Principles to Inform Teaching. *Education Sciences, 14*(7), 696. https://doi.org/10.3390/educsci14070696

Wechsler, D. (2009). *Wechsler, WPPSI-III: escala de inteligencia de Wechsler para preescolar y Primaria-III: manual técnico y de interpretación*. Pearson

Wei, W., Guo, L., Georgiou, G. K., Tavouktsoglou, A., & Deng, C. (2018). Different Subcomponents of Executive Functioning Predict Different Growth Parameters in Mathematics: Evidence From a 4-Year Longitudinal Study With Chinese Children. *Frontiers in Psychology, 9*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.01037

Wen, P. (2018). *Application of Bruner's Learning Theory in Mathematics Studies.* Proceedings of the International Conference on Contemporary Education, Social Sciences and Ecological Studies (CESSES 2018). https://doi.org/10.2991/cesses-18.2018.53

Wiebe, S. A., Espy, K. A., & Charak, D. (2008). Using confirmatory factor analysis to understand executive control in preschool children: I. Latent structure.

Developmental Psychology, *44*(2), 575–587. https://doi.org/10.1037/0012-1649.44.2.575

Winstanley, M. A. (2022). Stages in Theory and Experiment. Fuzzy-Structuralism and Piagetian Stages. *Integrative Psychological and Behavioral Science, 57*(1), 151–173. https://doi.org/10.1007/s12124-022-09702-7

Whitehead, H. L., & Hawes, Z. (2023). Cognitive Foundations of Early Mathematics: Investigating the Unique Contributions of Numerical, Executive Function, and Spatial Skills. *Journal of Intelligence, 11*(12), 221. https://doi.org/10.3390/jintelligence11120221

Wood, E., Biggs, K., & Molnar, M. (2024). Dynamic Assessments of Word Reading Skills in Diverse School-Age Children: A Meta-Analysis. Perspectives of the ASHA Special Interest Groups, 9(3), 817–835. https://doi.org/10.1044/2024_persp-23-00262

Wood, D. J., Bruner, J. S., & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines, 17*(2), 89–100. https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.1976.tb00381.x

Xenidou-Dervou, I., Molenaar, D., Ansari, D., van der Schoot, M., & van Lieshout, E. C. D. M. (2017). Nonsymbolic and symbolic magnitude comparison skills as longitudinal predictors of mathematical achievement. *Learning and Instruction, 50*, 1–13. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2016.11.001

Xia, Y., Luo, Y., & Lu, X. (2024). Dynamic assessment of vocabulary: A systematic literature review. *Language Teaching Research Quarterly, 46*, 297–324. https://doi.org/10.32038/ltrq.2024.46.19

Xing, C., Zax, A., George, E., Taggart, J., Bass, I., & Barth, H. (2021). Numerical estimation strategies are correlated with math ability in school-aged children.

Cognitive Development, 60, 101089. https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2021.101089

Xu, F., & Spelke, E. S. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition, 74*(1), B1–B11. https://doi.org/10.1016/s0010-0277(99)00066-9

Xu, X., Chen, C., Wang, L., Zhao, M., Xin, Z., & Liu, H. (2023). Longitudinal relationship between number line estimation and other mathematical abilities in Chinese preschool children. Journal of Experimental Child Psychology, 228, 105619. https://doi.org/10.1016/j.jecp.2022.105619

Xu, F., Spelke, E. S., & Goddard, S. (2004). Number sense in human infants. Developmental Science, 8(1), 88–101. Portico. https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2005.00395.x

Yang, Y., Maeda, Y., & Gentry, M. (2024). The relationship between mathematics self-efficacy and mathematics achievement: multilevel analysis with NAEP 2019. *Large-Scale Assessments in Education, 12*(1). https://doi.org/10.1186/s40536-024-00204-z

Yang, X., Yan, M., Ruan, Y., Ku, S. Y. Y., Lo, J. C. M., Peng, P., & McBride, C. (2022). Relations among phonological processing skills and mathematics in children: A meta-analysis. *Journal of Educational Psychology, 114*(2), 289–307. https://doi.org/10.1037/edu0000710

Yıldız, E., Koca, Ö., & Elaldı, Ş. (2025). Effectiveness of Early Intervention Programs in Developing Early Mathematical Skills: A meta-Analysis. *Kuramsal Eğitimbilim, 18*(1), 54–80. https://doi.org/10.30831/akukeg.1462376

Yip, C. C. H., Ouyang, X., & Zhang, X. (2025). Measuring general cognitive ability in early elementary students: A shortened version of the Raven's Standard

Progressive Matrices. Intelligence, 112, 101949. https://doi.org/10.1016/j.intell.2025.101949

Young, J. M., Reed, K. E., Rosenberg, H., & Kook, J. F. (2023). Adding family math to the equation: Promoting Head Start preschoolers' mathematics learning at home and school. *Early Childhood Research Quarterly, 63*, 43–58. https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2022.11.002

Yu, J., Kim, H., Zheng, X., Li, Z., & Zhu, X. (2024). Effects of scaffolding and inner speech on learning motivation, flexible thinking and academic achievement in the technology-enhanced learning environment. *Learning and Motivation, 86*, 101982. https://doi.org/10.1016/j.lmot.2024.101982

Zakariya, Y. F. (2022). Improving students' mathematics self-efficacy: A systematic review of intervention studies. *Frontiers in Psychology, 13*. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.986622

Zaretsky, V. K. (2024). Zone of Proximal Development: Evolution of the Concept. Культурно-Историческая Психология, 20(3), 45–57. https://doi.org/10.17759/chp.2024200305

Zhang, X., Hu, B. Y., Zou, X., & Ren, L. (2020). Parent–child number application activities predict children's math trajectories from preschool to primary school. *Journal of Educational Psychology, 112*(8), 1521–1531. https://doi.org/10.1037/edu0000457

Zhao, Y. V., & Gibson, J. L. (2023). Early home learning support and home mathematics environment as predictors of children's mathematical skills between age 4 and 6: A longitudinal analysis using video observations and survey data. *Child Development, 94*(6). Portico. https://doi.org/10.1111/cdev.13971

Zhou, H., Tan, Q., Ye, X., & Miao, L. (2022). Number sense: the mediating effect between nonverbal intelligence and children's mathematical performance. *Psicologia: Reflexão e Crítica, 35*(1). https://doi.org/10.1186/s41155-022-00231-1

Zuo, M., Kong, S., Ma, Y., Hu, Y., & Xiao, M. (2023). The Effects of Using Scaffolding in Online Learning: A Meta-Analysis. Education Sciences, 13(7), 705. https://doi.org/10.3390/educsci13070705

Anexos

Anexo A

PRUEBA DE DÍGITOS DIRECTOS E INVERSOS – WISC-IV (Weschler, 2005)

El objetivo principal de la tarea es que se repita una secuencia numérica, ya sea en orden o a la inversa. En ambos casos la tarea va aumentado de dificultad añadiéndose un dígito más a la serie, aumentando la cantidad de elementos que se deben recordar. En la tarea de orden directo se utiliza el bucle fonológico o memoria a corto plazo verbal, mientras que en el orden inverso interviene la memoria de trabajo, dado que se requiere una manipulación de la información antes de dar una respuesta.

Instrucción

Orden Directo

Te voy a decir unos números. Escucha atentamente y, cuando termine, me los repites en el mismo orden.

Orden inverso

Ahora te voy a decir otros números, pero esta vez, me los tienes que repetir al revés. Por ejemplo, si digo 8-2, ¿qué tendrías que decir? … ¿y si te digo 5-6?

Importante:

- Cada ítem se compone de dos intentos.
- Se interrumpe la prueba si se cometen dos errores en los dos intentos de un mismo ítem.
- Es importante asegurarse que los números se verbalizan de forma clara, sin entonación y con una diferencia de 1 segundo entre cada uno.
- El evaluador no repetirá los elementos de un intento. Si no se recuerdan los números, se procederá al siguiente intento.

TEDI-Math (Grégoire et al., 2015)

1. CONTAR

1.A. Contar hasta el número más alto

Instrucción

Cuenta hasta el número más alto que puedas.

- Si el niño no empieza, se le puede ayudar con los dos primeros números: *1, 2… sigue.*
- Se detiene la aplicación cuando llegue **hasta 31**.
- Se puede conceder un 2º intento si el niño se equivoca: *Está bien lo que me has dicho, pero no lo he entendido. Empieza de nuevo.*
- Se puede volver a dar la ayuda de los dos primeros números.

Anotación

Se anota la secuencia numérica en el recuadro de 1er intento.

Se anota si necesitó la ayuda.

Si es necesario el 2º intento, igual.

Puntuación

2 si lo hace a la primera. 1 si lo hace en el segundo intento.

1.B. Contar con un límite superior

Instrucción

Elemento 1:

Ahora cuenta hasta 9

Elemento 2:

Ahora cuenta hasta 6

- No se permiten ayudas

Anotación

Se anota la serie en el recuadro Orden.

Si llega hasta el número sin rebasarlo, se apunta Sí en Respeta el límite superior.

Puntuación

1 si dice la secuencia correcta y no rebasa el límite superior.

1.C. Contar con un límite inferior

Instrucción

Elemento 1:

Ahora cuenta a partir de 3.

- Se para cuando llegue a 10

Elemento 2:

Ahora cuenta a partir de 7.

- Se para cuando llegue a 15

Anotación

La serie numérica y si respeta el límite de partida.

Puede ocurrir que el niño tarde demasiado en comenzar porque está murmurando o contando por lo bajo para sí los primeros números antes de llegar hasta el límite inferior, en este caso el intento puntuará 0

Puntuación

1 si comienza desde el numero indicado, no se equivoca en la secuencia y no ha murmurado los primeros números.

1.D. Contar con límites inferior y superior

Instrucción

Elemento 1:

Ahora cuenta de 5 a 9.

Elemento 2:

Ahora cuenta de 4 a 8.

- No se permiten ayudas

Anotación

La serie numérica producida, si ha respetado el límite inferior y el superior.

Puede ocurrir que el niño tarde demasiado en comenzar porque está murmurando o contando por lo bajo para sí los primeros números antes de llegar hasta el límite inferior, en este caso el intento puntuará 0

Puntuación

1 si comienza desde el numero indicado, no se equivoca en la secuencia, acaba en el número indicado y no ha murmurado los primeros números.

2. NUMERAR

2.A. Numerar conjuntos lineales

Material

Cuaderno de estímulos A y una hoja en blanco

2.A.1. Conjunto de conejos

Instrucción

Elemento 1:

Colocando delante del niño la hoja con los conejos, se pregunta: *¿Puedes contar todos los conejos?*

Elemento 2:

Cuando termine de contar, con la hoja aún delante, se le pregunta: *¿Cuántos hay en total?*

Elemento 3:

Acabas de contar X conejos (X = respuesta que haya dado el niño, aunque sea incorrecta*). ¿Cuántos conejos habría si hubieses empezado a contar por este* (señalando el conejo opuesto por el que haya empezado a contar)*?* Cuando lo diga, pedirle que justifique su respuesta: *¿Por qué?*

Anotación

Elemento 1: la respuesta dada, si cuenta en orden correcto, si señala todos los elementos correctamente (con el dedo o la mirada) y si el conteo y la señalización estaban coordinadas (es decir, señala el primer elemento y dice uno, el segundo y dices 2, sin adelantar o retrasar el movimiento del dedo o el número (ejemplo: señala el primero y dice uno, dos, tres…y luego pasa al segundo)).

Elemento 2: la respuesta dada y si ha tenido que contar de nuevo.

Elemento 3: la respuesta, si es la misma y la justificación.

Puntuación

Elemento 1: 1 si la respuesta + todo el procedimiento es correcto (9+SI+SI+SI)

Elemento 2: 1 si el número que dice coincide con el anterior, aunque la respuesta del elemento anterior sea incorrecta. En todo caso, 0 si vuelve a contar los conejos.

Elemento 3: 1 si la respuesta es igual a la anterior y la justificación es correcta (Ejemplo: no han cambiado, no se han añadido, no se han quitado, no se ha ido o venido ningún conejo…). 0 si no coincide con la respuesta anterior, la justificación es incorrecta (Ejemplo: no sé, porque sí) o vuelve a contar los conejos.

2.A.2. Conjunto de leones

Instrucción

Elemento 4:

Colocando delante del niño la hoja con los leones, se pregunta: *¿Puedes contar todos los leones?*

Elemento 5:

Cuando termine de contar, con la hoja aún delante, se le pregunta: *¿Cuántos hay en total?*

Elemento 6:

Acabas de contar X leones (X = respuesta que haya dado el niño, aunque sea incorrecta*).* Tapamos con la hoja en blanco todos los leones y preguntamos: *¿Cuántos leones he tapado?*

Anotación

Elemento 4: la respuesta dada, si cuenta en orden correcto, si señala todos los elementos correctamente (con el dedo o la mirada) y si el conteo y la señalización estaban coordinadas.

Elemento 5: la respuesta dada y si ha tenido que contar de nuevo.

Elemento 6: la respuesta, si es la misma y la justificación (esto si en lugar de responder 6, su respuesta es: los mismo, igual, no han cambiado…).

Puntuación

Elemento 4: 1 si la respuesta + todo el procedimiento es correcto (6+SI+SI+SI)

Elemento 5: 1 si el número que dice coincide con el anterior, aunque la respuesta del elemento anterior sea incorrecta. En todo caso, 0 si vuelve a contar los leones.

Elemento 6: 1 si la respuesta es igual a la anterior o la justificación es correcta (Ejemplo: los mismos, igual, no han cambiado…). 0 si no coincide con la respuesta anterior o la justificación es incorrecta (Ejemplo: no sé, menos, ninguno…).

2.B. Numerar conjuntos aleatorios

Material

Cuaderno de estímulos A.

2.B.1. Conjunto de tortugas

Instrucción

Elemento 1:

Colocando delante del niño la hoja con las tortugas, se pregunta: *¿Puedes contar todas las tortugas?*

Elemento 2:

Cuando termine de contar, con la hoja aún delante, se le pregunta: *¿Cuántos hay en total?*

Anotación

Elemento 1: la respuesta dada, si cuenta en orden correcto, si señala todos los elementos correctamente (con el dedo o la mirada) y si el conteo y la señalización estaban coordinadas.

Elemento 2: la respuesta dada y si ha tenido que contar de nuevo.

Puntuación

Elemento 1: 1 si la respuesta + todo el procedimiento es correcto (12+SI+SI+SI)

Elemento 2: 1 si el número que dice coincide con el anterior, aunque la respuesta del elemento anterior sea incorrecta. En todo caso, 0 si vuelve a contar las tortugas.

2.B.2. Conjunto de tiburones

Instrucción

Elemento 3:

Colocando delante del niño la hoja con los tiburones, se pregunta: *¿Puedes contar todos los tiburones?*

Elemento 4:

Cuando termine de contar, con la hoja aún delante, se le pregunta: *¿Cuántos hay en total?*

Anotación

Elemento 3: la respuesta dada, si cuenta en orden correcto, si señala todos los elementos correctamente (con el dedo o la mirada) y si el conteo y la señalización estaban coordinadas.

Elemento 4: la respuesta dada y si ha tenido que contar de nuevo.

Puntuación

Elemento 3: 1 si la respuesta + todo el procedimiento es correcto (5+SI+SI+SI)

Elemento 4: 1 si el número que dice coincide con el anterior, aunque la respuesta del elemento anterior sea incorrecta. En todo caso, 0 si vuelve a contar los tiburones.

2.C. Abstracción de los objetos contados

Materiales

Cuaderno de estímulos A

Instrucción

Colocando la hoja con los leones y las tortugas delante del niño, se le pregunta: *¿Cuántos animales hay aquí?* Cuando termine, con la hoja aún frente al niño, preguntarle: *¿Cuántos animales hay en total?*

Anotación

Solo se anota la respuesta a la segunda pregunta, además de si cuenta en orden correcto, si señala todos los elementos correctamente (con el dedo o la mirada), si el conteo y la señalización estaban coordinadas y si ha tenido que volver a contar entre una pregunta y otra.

Puntuación

1 si la respuesta + todo el procedimiento es correcto (5+SI+SI+SI+NO) + responde a ambas preguntas con el mismo número, aunque sea incorrecto.

2.D. Números cardinales

2.D.1. Construcción de dos conjuntos numéricamente equivalentes

Material

Plancha con fichas pegadas

22 fichas grandes

Una hoja en blanco

Instrucción

Se coloca la plancha con las fichas pegadas frente al niño y se le dice: *Aquí tenemos una serie de fichas*. Entregándole una hoja y un montón con 15 fichas, se le dice: *¿Puedes poner en esta hoja el mismo número de fichas que hay aquí* (señalando la plancha)*?*

Si el niño te pregunta si las tiene que poner igual, decirle que no es necesario.

Anotación

Respuesta dada y estrategia seguida.

Puntuación

1 si primero cuenta las fichas y luego las pone. 0 si sigue otro método, como poner ficha a ficha, aunque ponga el mismo número.

2.D.2. Utilización funcional de la numeración

Material

Cinco láminas con muñecos de nieve

Cinco láminas con sombreros

Pantalla de cartón

Instrucción

Detrás de la pantalla de cartón, sin que el niño lo vea, se colocan los cinco muñecos en línea, cada uno con un sombrero. Se retira la pantalla y se dice: *Mira, aquí hay varios muñecos de nieve con sombrero.* Se coloca otra vez la pantalla y mientras quitamos los sombreros de los muñecos y los guardamos en nuestra mano le decimos: *Quito todos los sombreros y los pongo en mi mano,* se retira la pantalla *¿puedes decirme cuantos sombreros tengo en la mano?* Tendremos la mano cerrada con los sombreros dentro.

Anotación

La respuesta y si ha contado o no los muñecos para dar la respuesta.

Puntuación

1 si se basa en los muñecos para dar el número. 0 si no lo hace.

3.COMPRENSIÓN DEL SISTEMA NUMÉRICO

3.A. Sistema numérico arábigo

3.A.1. Decisión numérica escrita

Materiales

Cuaderno de estímulos B

Instrucción

Te voy a enseñar unos dibujos. Quiero que me digas si son números o no. Los números sirven para contar: el 1, 2, 3… ¿Estás listo? Tras ello se empiezan a enseñar los ítems.

Anotación

Respuesta Sí o No.

Puntuación

1 por cada acierto. 0 por cada fallo.

3.A.2. Comparación de números arábigos

Material

Cuaderno de estímulos B

Instrucción

Te voy a enseñar dos números y me tienes que decir cual de ellos es más grande. Por ejemplo (enseñar la lámina con el 5 y el 3 de ejemplo*), si te enseño este número* (señalar el 5) *y este otro* (3*), me tienes que señalar este* (5*), porque el 5 es más grande que el 3. ¿Lo has entendido?*

- Para EI, hasta el ítem 12. Aplicamos hasta 1ºEP periodo 1 (ítem 16).

Anotación

Respuesta dada.

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo.

3.B. Sistema numérico oral

3.B.1. Decisión numérica oral

Instrucción

Te voy a decir algunas palabras y me tienes que decir si son números o no. Los números son los que sirven para contar, como 1, 2, 3…Por ejemplo, si te digo 3, tu me tienes que decir Sí, porque sirve para contar. Pero si te digo tijeras, me tienes que decir que No.

A continuación, decir uno por uno los doce términos:

Siete, Domingo, Once, Doscién (no es correcto), Julio, Cinco, Sesenta, Sesiente, Treinta, Catorce, Dince, Jueves.

Anotación

Respuesta dada.

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo.

3.B.2. Juicio gramatical

Instrucción

Un amigo me ha dicho que tenía muchas canicas, pero ese niño a veces no habla bien. ¿Puedes decirme cuando no habla correctamente? Me ha dicho: Tengo veintitrés canicas, ¿Se puede decir eso? … Y, tengo cuatro dos canicas, ¿se puede decir?

Dile, uno por uno, los doce términos siguientes: Sesenta y ocho, Cienta, Ciento cuarenta, Ochenta y nueve, Cincuenta cien, Diez dos, Veintidiez, Ciento quince, Quince once, Novecientos, Ciento tres, Ciento doce.

Aplicar hasta ítem 18.

Anotación

Respuesta dada.

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo

3.B.3. Comparación de números orales

Instrucción

Te voy a decir dos números y tú me tienes que decir cuál es el más grande. Por ejemplo, si te digo uno y dos, debes decir el dos porque es más grande. ¿Lo has entendido?

Si el niño no contesta se repite la pareja de números.

A continuación, se le dice cada pareja de números como se presenta en el cuadernillo de anotación.

Hasta ítem 34.

Anotación

Respuesta dada. Se da por bueno que diga el primero o el segundo, en lugar del número en cuestión. Por ejemplo: 8 y 7; el primero.

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo

3.D. Codificación

3.D.1. Escritura al dictado de números arábigos

Materiales

Hoja en blanco

Lápiz

Instrucción

Te voy a decir algunos números y tú los tienes que escribir. Por ejemplo, si te digo dos, tienes que escribir un dos, así (se lo escribimos)*. Ahora tú, escribe los números que te diga.*

Hasta ítem 6.

Anotación

Respuesta dada

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo

3.D.2. Lectura de números arábigos en voz alta

Materiales

Cuaderno de estímulos B

Instrucción

Ahora te voy a enseñar unos números y me los tienes que decir en voz alta.

Se enseñan los números a medida que los vaya diciendo.

Hasta ítem 34.

Anotación

Respuesta dada

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo.

4. OPERACIONES LÓGICAS

4.A. Series numéricas

4.A.1. Series de árboles

Material

6 tarjetas con árboles

Instrucción

Se colocan las tarjetas frente al niño en el orden que se indica al dorso (excepto la que tiene 5 árboles), estando la número 1 a su izquierda. Tras ello decirle: *Ahora tienes que ordenar estas tarjetas desde la que tiene menos árboles hasta la que tiene más.*

Cuando termine, sea o no correcto el orden, se le enseñará la tarjeta con los 5 árboles y se le dirá: *Se me ha olvidado este grupo de árboles, ¿dónde deberías ponerlo?*

Anotación

Se anota si el orden es correcto y si introduce la tarjeta con 5 árboles en el lugar correcto. Si el orden es incorrecto, anotarlo en observaciones.

Puntuación

2 puntos si ambas tareas se realizan de forma correcta. 1 si solo hace una de las dos: la serie o coloca los 5 árboles entre el 3 y 6, aunque la serie esté mal.

4.A.2. Series de cifras arábigas

Material

6 tarjetas con cifras arábigas

Instrucción

Tras colocar las tarjetas siguiendo el orden indicado al dorso, se le dice al niño:

Ahora te voy a dar una serie de números y tienes que hacer lo mismo que con los árboles, ordenarlos del más pequeño al más grande.

Anotación

Respuesta dada

Puntuación

1 si la serie es correcta.

4.B Clasificación numérica

Materiales

9 tarjetas con símbolos diversos

9 tarjetas con cruces

Instrucción

Se colocan las 9 tarjetas con los símbolos según el orden indican al dorso y se dice: *Tengo algunas tarjetas en las que aparecen escritos unos símbolos. Quiero que hagas montones con las cartas para formar un conjunto o familia. ¿Se te ocurre alguna forma de agruparlos?*

Si las agrupa por el criterio numérico, finaliza la prueba al primer intento (2 puntos)

Si no, se le da un segundo intento: *¿Se te ocurre otra forma de agruparlas?*

Si las agrupa por el criterio numérico, finaliza la prueba al segundo intento (2 puntos).

Si no, se utilizarán las cartas con cruces: *Ahora quiero que hagas montones con estas tarjetas, poniendo juntas las que formen un conjunto.*

Si no lo consigue, detener la prueba a los 3 minutos.

Anotación

Si utiliza criterio numérico o no, y qué criterio.

Puntuación

2 si lo consigue en los intentos 1 y 2, 1 en el tercer intento y 0 si no lo consigue.

4.C. Conservación numérica

Material

12 fichas grandes

4.C.1. Fichas alineadas

Instrucción

Se colocan las 12 fichas formando 2 filas de 6 fichas cada una, con una separación de 15cm entre las filas y de 5 cm entre las fichas de cada fila. Señala cada fila mientras dices: *Esta fila es la tuya y ésta la mía. ¿Tienes tú más fichas que yo? ¿Tengo yo más que tú? ¿O tenemos el número de fichas?*

A continuación, depende de la respuesta del niño, preguntarle: *¿Cómo sabes que tienes más/tengo más/tenemos igual número de fichas?*

> Sólo si no dice que tenéis las mismas, se realiza un segundo intento: *¿Qué habría que hacer para que tuviésemos el mismo número de fichas?* Si indica que hay que quitar o añadir fichas, detener la aplicación. Si responde que ambas filas son iguales, continuar.

A la vista del niño, separamos las fichas de la fila que está más cerca de él, de forma que la 4 ficha de su fila no coincida con la de la tuya. Se le dice: *Y ahora, ¿tienes tú más fichas? ¿tengo yo más? ¿o tenemos el mismo número de fichas?*

A continuación, depende de la respuesta del niño, preguntarle: *¿Cómo sabes que tienes más/tengo más/tenemos igual número de fichas?*

Anotación

La respuesta sobre quién tiene más fichas, así como la justificación empírica o lógica que dé sobre el segundo intento.

Puntuación

2 si se debe a un argumento lógico y 1 si se debe a un argumento empírico.

4.C.2. Fichas en montones

Instrucción

Se colocan las 12 fichas formando 2 filas de 6 fichas cada una, con una separación de 15cm entre las filas y de 5 cm entre las fichas de cada fila. Señala cada fila mientras dices: *Esta fila es la tuya y ésta la mía. ¿Tienes tú más fichas que yo? ¿Tengo yo más que tú? ¿O tenemos el número de fichas?*

Si el sujeto no admite la equivalencia entre las dos filas, detener la aplicación.

Si dice que son equivalentes, transforma la fila más cercana a ti en un montón, a la vista del niño, y pregúntale: *Y ahora, ¿tienes tú más fichas? ¿tengo yo más? ¿o tenemos el mismo número de fichas?*

A continuación, depende de la respuesta del niño, preguntarle: *¿Cómo sabes que tienes más/tengo más/tenemos igual número de fichas?*

Anotación

La respuesta sobre quién tiene más fichas, así como la justificación empírica o lógica que dé sobre la construcción del montón.

Puntuación

2 si se debe a un argumento lógico y 1 si se debe a un argumento empírico.

4.D. Inclusión numérica

Material

15 fichas grandes

Un sobre

Instrucción

Se coloca el sobre y las fichas en un montón frente al niño y se le dice:

Mete 6 fichas en el sobre.

Tras ello, guarda el resto de las fichas. Ahora el niño puede manipular el sobre si quiere.

Elemento 1

Has metido 6 fichas en el sobre. ¿Crees que hay suficiente si quiero sacar 8 fichas del sobre? ¿Por qué?

Elemento 2

Has metido 6 fichas en el sobre. ¿Crees que hay suficiente si quiero sacar 4 fichas del sobre? ¿Por qué?

Elemento 3

Has metido 6 fichas en el sobre. ¿Crees que hay suficiente si quiero sacar 7fichas del sobre? ¿Por qué?

Anotación

Respuesta de Sí o No y su justificación. Anotar si comprueba o no el contenido del sobre.

Puntuación

1 por cada respuesta correcta sin comprobación y acompañada de una justificación coherente (ejemplo: 4 es menos que 6, 4 está debajo del 6, está incluido…).

4.E. Descomposición aditiva

Material

Láminas que representan praderas

Instrucción

Se coloca la lámina con el número 4 delante del sujeto y se le dice:

Un pastor tiene 6 corderos. Ha puesto 4 corderos en un prado y 2 en otro. ¿De qué otras formas los podría haber agrupado?

Se le enseña una lámina con dos praderas vacías.

Enséñame cómo lo harías con estos dos prados.

Una vez que el sujeto haya contestado, se le enseña otra lámina con las praderas vacías y se le pide: *Ahora, busca otra manera de colocar los corderos en estas dos praderas.*

Cuando termine, se retiran todas las láminas y se le dice: *Ahora el pastor tiene 8 corderos. ¿Cómo los podría colocar en las dos praderas?... ¿Se te ocurre otra forma? ...¿Y otra forma más? ... ¿Y otra?*

Anotación

Repartos propuestos.

Puntuación

1 por cada descomposición correcta.

5.OPERACIONES

Material

Cuaderno de estímulos C

5.A. Operaciones con apoyos en imágenes

Instrucción

Presentando las láminas una a una.

Elemento 1:

En esta lámina hay dos globos rojos y tres globos azules, ¿cuántos globos hay en total?

Elemento 2:

En la lámina azul hay cinco lápices y en la lámina rosa tres, ¿cuántos lápices hay en total?

Elemento 3:

En esta pradera hay cuatro conejos grises y cuatro marrones, ¿cuántos conejos hay en total?

Elemento 4:

Este hombre tiene 5 pelotas en la mano. Si se le caen dos pelotas, ¿cuántas le quedarán?

Elemento 5:

Hay seis flores. Si coges 4, ¿cuántas te quedarán?

Elemento 6:

En esta mesa hay siete frutas. Si nos comemos tres, ¿cuántas quedarán?

Anotación

Respuesta dada.

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo.

5.B. Operaciones con enunciado aritmético

5.B.1. Sumas simples

Material

Cuaderno de estímulos C

Instrucción

Presenta la primera lámina (2+2) y dile: ¿Cuántos son 2 más 2?

A continuación, enséñale el resto de los elementos, uno a uno y sin leerlos: Haz la cuenta en tu cabeza y dime la respuesta.

En 3º de EI, aplicar hasta el ítem 5, inclusive.

Aplicamos hasta 1ºEP periodo 1 (ítem 8).

Anotación

Respuesta dada.

Puntuación

1 si acierta, 0 si falla. Puede contar mentalmente o con los dedos.

5.B.2 Sumas con huecos

Material

Cuaderno de estímulos C

Instrucción

Se presenta la primera lámina (4+…=8) y se le dice: *¿Cuatro más cuanto es igual a ocho?* A continuación, se presentan los 3 elementos siguientes sin leerlos, diciendo: *Haz las cuentas de cabeza y luego dame la respuesta.*

Anotación

Respuesta dada

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo.

5.B.3 Restas simples

Material

Cuaderno de estímulos C

Instrucción

Presenta la primera lámina (4-2) y dile: ¿Cuántos son 4 menos 2?

A continuación, enséñale el resto de los elementos, uno a uno y sin leerlos: Haz la cuenta en tu cabeza y dime la respuesta.

Aplicamos hasta 1ºEP periodo 1 (ítem 28). Parar a los 5 fallos consecutivos.

5.B.4. Restas con huecos

Material

Cuaderno de estímulos C

Instrucción

Se presenta la primera lámina (9-…=1) y se le dice: *¿Nueve menos cuanto es igual a uno?* A continuación, se presentan los 3 elementos siguientes sin leerlos, diciendo: *Haz las cuentas de cabeza y luego dame la respuesta.*

Anotación

Respuesta dada

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo.

5.C. Operaciones con enunciado verbal

Material

Cuaderno de estímulos C

Instrucción

Lee los elementos de las láminas. Puede repetirse la lectura del enunciado si es necesario. Finalizar tras 5 fallos consecutivos.

Anotación

Respuesta dada

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo.

6. ESTIMACIÓN DEL TAMAÑO

6.A. Comparación de modelos de puntos dispersos

Material

Cuaderno de estímulos C

Instrucción

En esta hoja hay varios puntos pintados. Te los voy a enseñar. Míralos bien.

Se le enseña la primera lámina durante 1 segundo y después se tapa con un folio.

¿Había más puntos en este lado (señalando la parte izquierda de la lámina) *o en este* (señalando la derecha)*?*

Se aplican todos los elementos: 1-3, 3-2, 4-6, 7-2, 7-12 y 15-8.

Anotación

Respuesta dada.

Puntuación

1 correcta, 0 incorrecta. No tiene que decir el número de puntos que hay, sólo donde hay más.

6.B. Tamaño relativo

Material

Cuaderno de elementos C

Hoja en blanco

Instrucción

Te voy a enseñar tres números, dos están abajo y uno arriba. Me tienes que decir cual de estos números está más cerca de este (enseñando la lámina y señalando primero los números de abajo y luego el de arriba).

Aplicar cada elemento mostrando la ficha tres segundos y luego cubrirlas con un folio en blanco.

Anotación

Respuesta dada

Puntuación

1 por cada acierto. Puede decir el número o indicar su posición tanto con el dedo como diciendo: el primero o el segundo. Si pasan más de 5 segundos desde la presentación de los números y no dice cual es, anotar 0.

BIL 3-6 (Selles et al., 2010)

3. Memoria Secuencial Auditiva

Instrucción

Te voy a decir una serie de palabras. Cuando termine, quiero que me las repitas en el mismo orden.

Importante:

- Es importante asegurarse que las palabras se verbalizan de forma clara, sin entonación y con una diferencia de 1 segundo entre cada una. Las frases hay que leerlas igualmente con entonación neutra, clara y pausada.
- El evaluador no repetirá los elementos de un intento. Si no se recuerdan las palabras, se procederá al siguiente intento.

Anotación

Respuesta dada.

Puntuación

1 por cada palabra repetida correctamente. Se resta 1 si el orden no coincide con el dado.

En los ítems 7 y 8 se da 1 por cada palabra repetida correctamente. Se resta 1 si el orden no coincide con el dado.

7. Contar Palabras

Instrucción

Ahora te voy a decir una serie de palabras y tienes que decirme el número de palabras que he dicho. (Se le dice las primeras) *¿Cuántas palabras he dicho?*

Anotación

Respuesta numérica dada

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo.

9. Conocimiento fonológico: aislar sílabas y fonemas

Instrucción

Ahora te voy a decir una serie de palabras. Escúchalas atentamente. Se dice el primer ítem y se le hace la pregunta: *¿Cuál empieza por va?* Seguir con los demás ítems.

Anotación

Respuesta dada

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo.

14. Contar Sílabas

Instrucción

Ahora te voy a decir palabras y me tienes que decir de cuantas sílabas/trozos se compone. Por ejemplo, Perro, serian 2, Pe-rro (acompañar con palmadas).

Anotación

Respuesta dada

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo. Si no dice el número de sílabas se pueden considerar las palmadas que haga.

15. Conocimiento fonológico: Omisión de sílabas

Instrucción

Ahora te voy a decir una palabra y tienes que decírmela quitándole la última sílaba. Por ejemplo, si te digo Perro, tu me tienes que decir Pe.

Anotación

Respuesta dada

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo.

Early Year Toolbox (Howard & Melhuish, 2017)

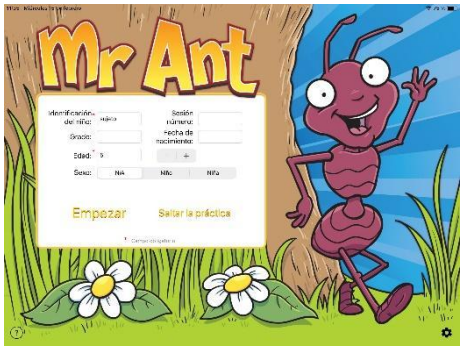
La Early Years Toolbox es una colección de herramientas de medidas (en constate desarrollo) en las áreas de desarrollo clave del infante. Las áreas que evalúan son: autorregulación, desarrollo socio-emocional, lenguaje y comunicación, aritmética y conceptos matemáticos, desarrollo físico y salud, aprendizaje activo y funciones ejecutivas.

Mr. Ant – Memoria de Trabajo viso-espacial

La tarea Mr. Ant mide la memoria a corto plazo viso-espacial, es decir, la cantidad de información visual que puede ser coordinada en la mente realizando alguna actividad. En este juego, se presenta la imagen de una hormiga sobre la que aparecerán, por unos instantes una serie de puntos de colores. A continuación, estos puntos desaparecen y el niño o la niña debe pulsar el lugar donde estaban situados.

Duración: 5-10 minutos

Validez convergente: r(79)= .46, p< .001



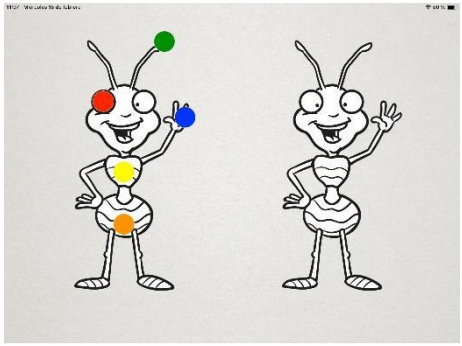
En la pantalla principal aparecen los datos de identificación del niño, grado, edad, sexo, número de sesión y fecha de nacimiento.

Pulsando Empezar se accede a la práctica, pudiendo evitarse pulsando Saltar práctica

Empezar

La narradora presenta a la señora hormiga, contando una historia. “La señora hormiga es muy divertida… juega a ponerse pegatinas en diferentes partes de su cuerpo…” y explica el objetivo. Primero aparece una serie de pegatinas de colores en el cuerpo de la señora hormiga y el niño o la niña debe indicar cuando aparece la hormiga en blanco (sin ninguna pegatina) dónde estaban las pegatinas.

En el primer ejemplo se ven ambas, la hormiga con pegatinas y sin pegatinas, para que el niño sepa donde las tiene que colocar.



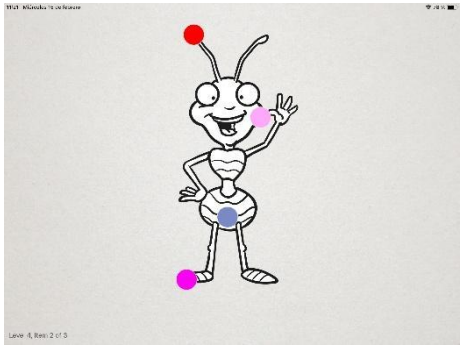
En el segundo ejemplo, vuelve a explicarlo y esta vez hay que recordar donde estaban. Si el niño se equivoca, lo repetirá enseñándole dónde estaban.

Saltar práctica

Instrucciones para cada nivel

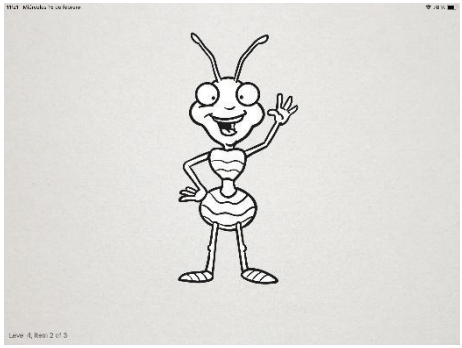
Aparece la hormiga con una serie de pegatinas (en función de cada nivel)

"Recuerda fijarte bien y recordar donde estaban las pegatinas"



Desaparece la hormiga durante unos instantes y reaparece en blanco (sin pegatinas)

"Ahora señálame dónde estaban puestas las pegatinas"

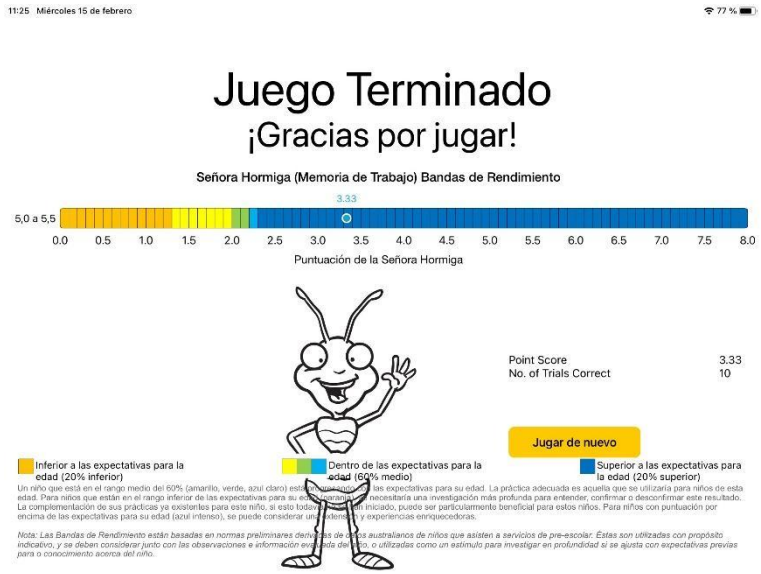


El niño o la niña tiene que seleccionar en el cuerpo de la hormiga dónde se encontraban las pegatinas. Si se equivocan, se puede borrar todo en el botón Borrar de la esquina inferior derecha, o borrar cada pegatina volviendo a pulsar sobre ella. Una vez terminado se pulsa el botón Hecho que aparece abajo en el centro. Pasa al siguiente Ítem

"Buen trabajo, vamos a probar con otra"

Nivel 1 (una pegatina); Nivel 2 (dos pegatinas); Nivel 3 (tres pegatinas); Nivel 4 (cuatro pegatinas); Nivel 5 (cinco pegatinas); Nivel 6 (seis pegatinas); Nivel 7 (siete pegatinas); Nivel 8 (ocho pegatinas). Cada nivel se compone de tres ítems. El juego acaba cuando se realizan erróneamente tres ítems consecutivos del mismo nivel.

Al finalizar el juego, aparecerá una pantalla con una banda de rendimiento en la cual aparece señalada la puntuación obtenida, comparado con los demás niños del rango de edad. Aparece también el número de intentos correctos.

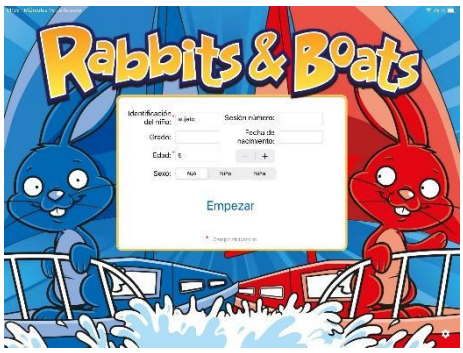


Rabbits & Boats. Card Sorting – Shifting

La tarea Card Sorting mide shifting, es decir, la habilidad de controlar y redirigir la atención. En este juego se presentan dos tipos de cartas, de color y de forma. El niño o la niña tiene que seleccionar la respuesta en función de uno de los dos tipos. Tras una serie de intentos, la instrucción cambiará, debiendo seleccionar la respuesta adecuada en función del otro tipo de cartas (por ejemplo, comienza seleccionando las cartas que tiene el color azul (color), pero cambia la instrucción y hay que seleccionar las cartas donde se presenta un barco (forma)).

Tiempo: 5-7 minutos

Validez convergente: r(80)= .45, p< .001



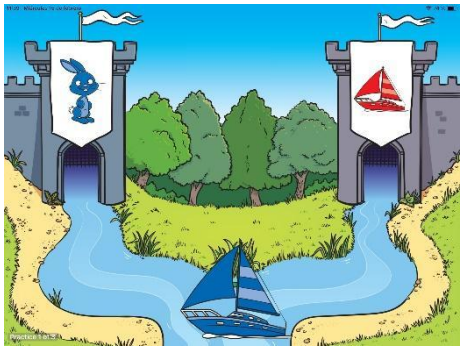
En la pantalla principal aparecen los datos de identificación del niño, grado, edad, sexo, número de sesión y fecha de nacimiento.

Pulsando Empezar se accede al juego. El guion es: Explicación del juego de los colores, Juego de los colores, Explicación del juego de las formas, Juego de las formas, Explicación del cambio y Juego del cambio

Explicación del juego de los colores

"Vamos a jugar a un juego de cartas. Aquí tenemos un conejo azul y aquí un barco rojo (señalando las torres). *Vamos a jugar al juego de los colores. En el juego de los colores, todos los azules van aquí y, los rojos, van aquí. Mira aquí tenemos un barco azul, así que iría aquí. En el juego de los colores, todos los azules van aquí y, los rojos, allí. Mira, aquí tenemos un conejo rojo, ¿dónde va este?"*

"Aquí hay uno azul, ¿dónde va este?"

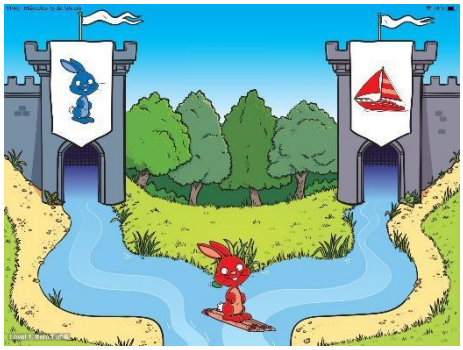


Juego de los colores

"Recuerda, estamos jugando al juego de los colores, en el juego de los colores, ¿dónde iría este?"

Explicación juego de las formas

"Ahora vamos a jugar a un juego nuevo. No vamos a jugar al juego de los colores más. Vamos a jugar al juego de las formas. En el juego de las formas, si es un conejo ponlo aquí y, si es un barco, ponlo ahí. Aquí tenemos un conejo. En el juego de las formas, iría aquí."



Juego de las formas

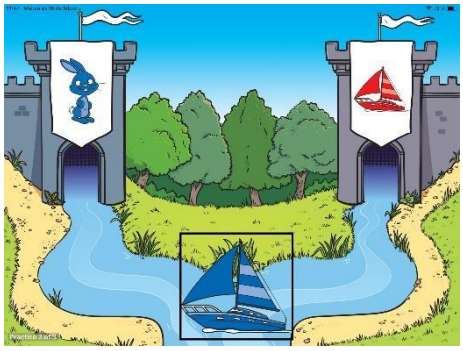
"Recuerda estamos jugando al juego de las formas. En el juego de las formas, ¿dónde iría este?"

Explicación del juego del cambio

"Ahora tengo un juego más difícil para ti. Vas a ver algunas cartas con un borde negro como este. Si ves un borde negro vamos a jugar al juego de los colores. Si tiene un borde negro, las rojas van aquí y, las azules van allí. Esta tiene borde, así que va aquí."

"También verás algunas sin borde, entonces jugamos al juego de las formas. En el juego de las formas, los conejos van aquí y los barcos allí. Aquí tenemos una carta sin borde, así que jugamos al juego de las formas. En el juego de las formas, ¿dónde iría este?"

"Esta tiene un borde, entonces jugamos al juego de los colores. En el juego de los colores, ¿dónde iría esta?"



Juego del cambio

"Recuerda, si hay un borde negro tienes que jugar al juego de los colores, pero si no lo hay, tienes que jugar al juego de las formas"

"Aquí hay un borde negro, ¿dónde iría esta?" ó *"Esta no tiene borde, ¿dónde iría esta?*

Tras finalizar, aparecerá en pantalla una barra de rendimiento en la cual aparece señalada la puntuación obtenida, comparado con los demás niños del rango de edad. Aparece también el número de intentos correctos.



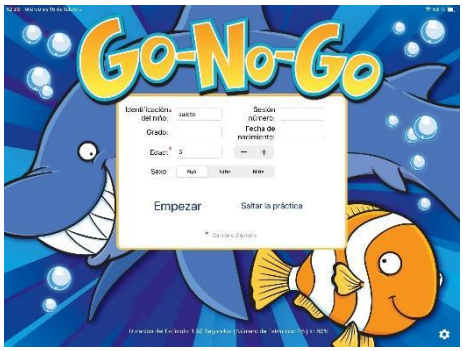
Go/No-Go – Inhibición

La tarea Go/No-Go mide la inhibición, es decir, la habilidad de controlar los impulsos a la hora de dar una respuesta. En este juego, aparecerán cruzando la pantalla un pez o un tiburón. La instrucción es pulsar la pantalla cuando aparezca el pez (Go) y no pulsarla cuando aparezca el tiburón (No-Go).

Duración: 5-6 minutos

Fiabilidad: Go/No-Go ha demostrado una buena fiabilidad tanto en la tarea "Go" (a Cronbach= .95) como en la tarea "No-Go" (a Cronbach= .84).

Validez convergente: $r(80)= .40$, $p< .001$



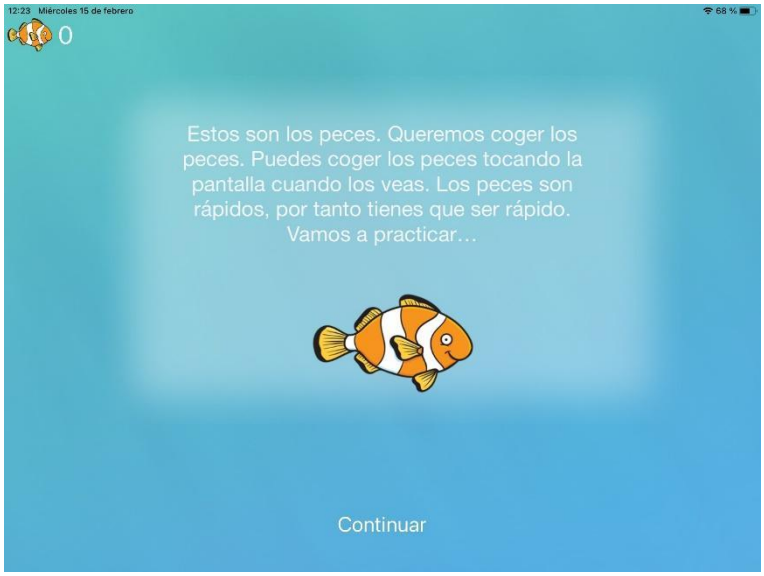
En la pantalla principal aparecen los datos de identificación del niño, grado, edad, sexo, número de sesión y fecha de nacimiento.

Pulsando Empezar se accede a la práctica, pudiendo evitarse pulsando Saltar práctica.

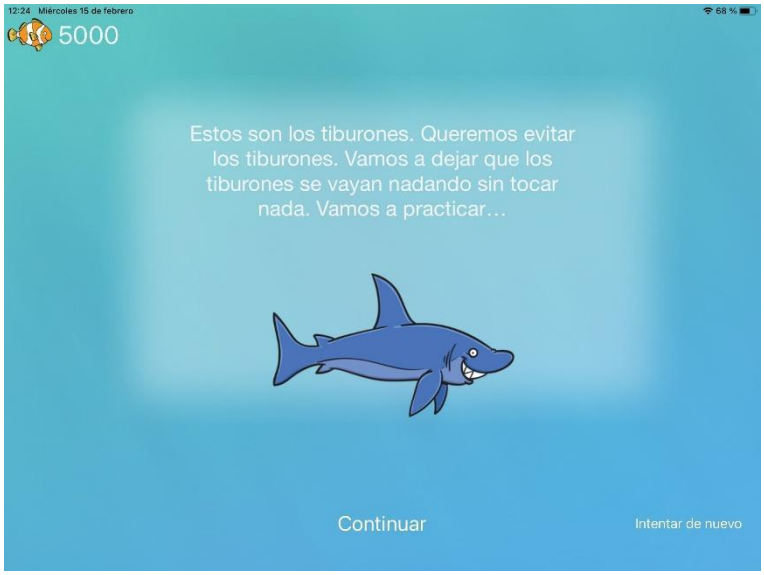
Empezar

Aparecen las instrucciones en pantalla:

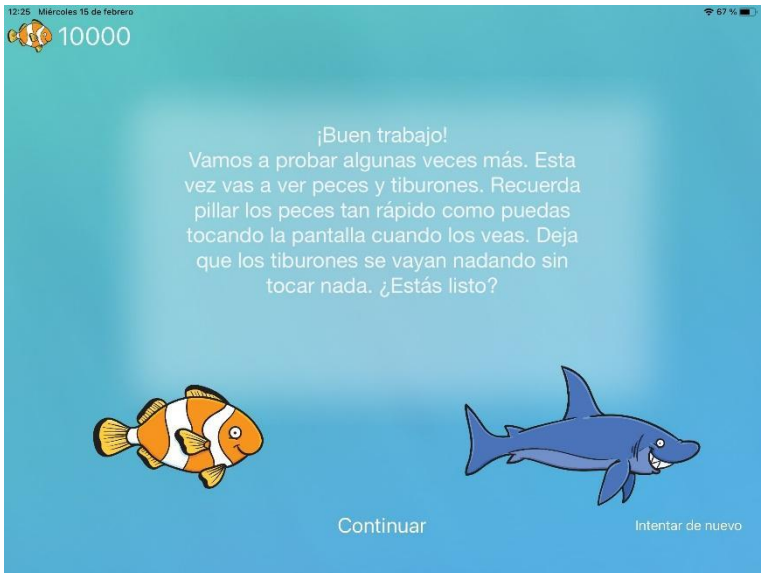
"Queremos coger los peces…"



“Estos son los tiburones…”



“…Esta vez vas a ver peces y tiburones…”



“Hemos terminado de practicar” Pulsamos Continuar para comenzar el juego.



Se puede repetir cada parte pulsando Intentar de nuevo en la esquina inferior derecha.

Saltar la práctica

El juego se compone de tres bloques con 25 ítems cada uno. Aparece la pantalla con las instrucciones dictadas.

"Recuerda pillar los peces y dejar que los tiburones se vayan nadando"

Entre bloques, realiza un recordatorio de la instrucción.

"¡Fiú! ¡Buen trabajo!"



Tras terminar la partida aparece una pantalla con la precisión en Ir (pulsar los peces), No Ir (no pulsar los tiburones) y una puntuación de control del impulso.



Mientras la puntuación de arriba puede ser suficiente para una breve evaluación y con finalidad de revisión, no se recomienda que esta puntuación (que proviene de datos no procesados) se utilice para una evaluación formal, diagnóstico o finalidad investigadora. Se aconseja que solo datos completos y procesados (ej. Datos sobre la precisión ensayo a ensayo y el tiempo de respuesta) se utilicen para uso formalizado.

Consejos para el evaluador

-Si se conocen las instrucciones, se puede quitar el sonido del iPad y explicarlas el investigador. El objetivo es que el niño comprenda las instrucciones.

-Mostrar entusiasmo y motivación. Sentarnos junto al niño (no dejarlo solo con el iPad).

-Se puede recordar la instrucción general si se observa que el niño está bloqueado, pero no se pueden dar pistas. Por ejemplo:

-En Mr. Ant no dar pistas de cuantas pegatinas hay, en qué parte del cuerpo están, ni nada más allá de la instrucción general.

-En Go/No-Go no decir *"¡mira un pez, cógelo!"* Ó *"¡Un tiburón, no lo cojas!"*

Mr. Ant

-Si el niño realiza mal un ítem, por ejemplo, señala pegatinas en todos los lugares de la hormiga, recordar la instrucción: *"Solo tenemos que marcar las pegatinas que veamos en la hormiga…"* Durante la presentación de la hormiga con las pegatinas, decirle *"Mira atentamente las pegatinas y donde están, ¿las ves? Recuérdalas…"*

-No dejar que el niño ponga los dedos en la pantalla para memorizar, decirle que utilice solo la mente.

Card Sorting

-Si el niño pone las cartas en el castillo equivocado, recordar que tiene que ponerlo en el castillo correcto.

-Si preguntan, *"¿aquí?"* esperando confirmación antes de elegir, no decirle sí o no, decirle, *"ponlo donde tu creas", "¿crees que va ahí?"*

Go/No-Go

-Si el niño toca la pantalla sin parar, recordarle que solo tocamos la pantalla cuando aparezca un pez.

-Si el niño se distrae, atraer de nuevo la atención: *"¡Vamos, hay que coger los peces!" "¡Intenta atraparlos todos!" "Mira la pantalla"…*

-Si el niño realiza el juego al revés (tocar los tiburones y dejar los peces) recordar las normas y motivarlo diciéndole que perdemos puntos tocando a los tiburones.

Para la recolección de datos, al finalizar cada prueba, enviaremos el borrador de correo electrónico con los datos (que luego serán tratados en Excel para obtener las puntuaciones finales). Seguidamente, se realizará captura de pantalla de la pantalla final con las puntuaciones.

Prueba de Claves del test WPPSI-III (Wechsler, 2009)

Instrucción

Aquí hay unas figuras con símbolos dentro de ellas. Cada figura tiene un símbolo.

Señalando los ítems de ejemplo: *Aquí hay unas figuras vacías que hay que rellenar. Esta es un círculo. El círculo de arriba tiene dos rayas así, así que tenemos que dibujarlas dentro del círculo. Hay que rellenar cada figura con el símbolo que le corresponde. Aquí hay una estrella, así que dibujamos el símbolo de la estrella. Ahora haz estos ejercicios* (señalando los de ejemplo). Tienes que hacerlos en orden, primero este, luego este… sin saltarte ninguno.

Si comete algún error, corregirlo para asegurarse que entiende lo que tiene que hacer. Cuando termine los de ejemplo se le dice: *Ahora, cuando te diga ¡ya! Tienes que rellenar todas las figuras que puedas, sin saltarte ninguna lo más rápido que puedas. Recuerda, empiezas por aquí, sigues por aquí…* (recorriendo los ítems con el dedo de forma consecutiva para que vea por donde debe seguir) *¿Listo? ¡Ya!*

Pondremos un cronómetro con 120 segundos. Si es necesario, recordarle que vaya en orden y que continue trabajando si se para.

Anotación

Tiempo empleado (si es inferior a 120 segundos)

Matrices progresivas de Raven Color (Raven, 1996)

Instrucción

Mira esto (señalando la figura superior*). Es un dibujo al que le falta una parte. Todas estas piezas de abajo tienen la misma forma, pero solo una completa el dibujo ¿Cuál de estas piezas que hay abajo encajarían para completar el dibujo? Como si fuera un puzle.*

Si el niño lo entiende, pasar al primer intento, si no, repetir hasta que lo entienda.

Anotación

Número de la pieza señalada

Puntuación

1 por cada acierto, 0 por cada fallo

Anexo 2

UCA Universidad de Cádiz
Facultad de Ciencias de la Educación
Departamento de Psicología
Grupo de Investigación HUM-634
Campus Universitario Río San Pedro
s/n | 11510, Puerto Real. Cádiz
Tel. 956 015 728
http://www.uca.es
santiago.reguera@uca.es

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PADRES/MADRES/TUTORES LEGALES DEL ALUMNADO

PROYECTO: **Cognición Matemática y aprendizaje mediante APPs. Propuesta de mejora en la era digital (DIGIMAT)**

Nombre del estudiante responsable de la investigación: *Santiago José Reguera Lozano*
Nombre del Investigador Principal del Proyecto: *Manuel Antonio García Sedeño*

Estimado padre/madre/tutor legal:

Invitamos a su hijo/a a participar en el estudio para el proyecto *"Cognición Matemática y aprendizaje mediante APPs. Propuesta de mejora en la era digital (DIGIMAT)"* desarrollado por la Universidad de Cádiz.

Se trata de un estudio para la **validación de materiales educativos en formato APP**, cuyo objetivo es la mejora de la competencia matemática. Para ello, el alumnado será evaluado en la competencia matemática y otras habilidades relacionadas. A continuación, recibirá un entrenamiento con los materiales lúdicos, para finalizar con una evaluación similar a la primera y comprobar si el entrenamiento ha sido eficaz.

La participación es **voluntaria**. Además, la información recopilada será **confidencial** y no se utilizará para ningún otro propósito fuera de la investigación. Sus respuestas a los diferentes cuestionarios serán **anónimas**, codificándose a través de una secuencia de números y letras.

Si tiene alguna duda sobre este proyecto, puede consultar durante cualquier momento del proceso. Igualmente, si lo desea, puede retirarse del proyecto sin que eso le perjudique de ninguna manera.

Quedamos muy agradecidos por su colaboración.

Nombre y apellidos del alumno/a: _____

Centro al que pertenece: _____

Nombre y apellidos del padre/madre/tutor: _____

Fdo.

En _____, a ___ de _____ de 20__

Anexo 3.

CALENDARIO DE INTERVENCIÓN

(28 sesiones)

1) DG1-1 DG2-1	2) DE1-1 DE1-2	3) DG1-2 DE1-3	4) DG2-2 DE2-1	5) DG3-1 DE3-1
6) DG3-2 DE1-4	7) DG2-3 DE2-2	8) DG4-1 DE3-2	9) DG4-1	10) DE3-1
11) DE4-1	12) DE5-1 DE2-2	13) DE4-2 DE5-2	14) DE2-3 DG3-3	15) DG5-1 DE4-3
16) DG6-1 DE3-3	17) DE6-1 DE2-3	18) DG5-2 DG1-3	19) DG6-2 DE6-2	20) DG6-3 DG7-1,2,3
21) DE6-3 DG7-1,2,3	22) DG5-3 DG7-1,2,3	23) DG3-3 DG6-3	24) DE2-3 DG7-3	25) DG1-3 DE1-4 DE2-3
26) DG2-3 DG3-3 DE3-3	27) DG4-2 DE4-3 DE5-3	28) DE6-3 DG5-3 DG6-3		

Nota: El número tras el guión indica el nivel.

APPs dominio general			APPs dominio específico		
	Título	**Precursor**		**Título**	**Precursor**
DG1	Busca al Duende Pedrito	Memoria a corto plazo	DE1	Rapicuenta con Mon el Dragón	Subitización
DG2	Conejito Lupito vuelve a casa	Memoria de trabajo visoespacial	DE2	Las recetas de Mamá Osa	Conteo
DG3	La flecha del Duende Pedrito	Inhibición	DE3	La seta del Duende Pedrito	Descomposición numérica
DG4	El restaurante del Bosque de Mon	*Updating*	DE4	Compara cantidades con Mon el Dragón	Comparación simbólica y no simbólica
DG5	Descifra con el Conejito Lupito	Memoria de trabajo verbal	DE5	Encuentra el número escondido	Recta numérica
DG6	Mon y las palabras	*Shifting*	DE6	Calcula con Mon	Hechos numéricos
DG7	Fly contra Spill	Conciencia fonológica			


UCA
Universidad
de Cádiz